

Bildregistrierung mit interpolierenden 'Thin-Plate Splines' und Bezüge zur linearen Elastizitätstheorie

Lutz Binder, Karl Rohr, Rainer Sprengel, H. Siegfried Stiehl

Universität Hamburg, Fachbereich Informatik, Arbeitsbereich Kognitive Systeme
Vogt-Kölln-Str. 30
D-22527 Hamburg
e-mail: binder@kogs.informatik.uni-hamburg.de

Zusammenfassung Die sog. elastische Registrierung hat sich zu einem wichtigen Zweig der medizinischen Bildanalyse entwickelt. In diesem Beitrag wird ein weit verbreiteter Ansatz, der interpolierende 'Thin-Plate Splines' verwendet, hinsichtlich seiner Bezüge zur linearen Elastizitätstheorie untersucht, die kleine Deformationen voraussetzt. Es wird ein Kriterium vorgestellt, das bei Bilddeformationen zwischen kleinen und großen Deformationen im Sinne der Elastizitätstheorie unterscheidet. Eine Anwendung dieses Kriteriums auf synthetische und klinische Testbilder nach einer Registrierung ergibt, daß der untersuchte Ansatz in weiten Bildbereichen zu großen Deformationen führt, und sich daher einer physikalischen Interpretation im Sinne der linearen Elastizitätstheorie entzieht.

1 Einleitung und Motivation

Das Ziel bei Registrierungsverfahren ist es, zwischen zwei verschiedenen digitalen Bildrepräsentationen eine maximal mögliche Übereinstimmung herzustellen. Für diesen Zweck muß eine Transformation gefunden werden, die eine Repräsentation einer anderen angleicht. Registrierungsverfahren finden in der medizinischen Bildverarbeitung ein breites Anwendungsfeld und können z.B. auf Computertomographie(CT)-Bilder und Kernspinresonanz(MR)-Bilder angewendet werden, etwa um Patientenbilder von unterschiedlichen Untersuchungszeitpunkten, oder CT- und MR-Aufnahmen desselben Patienten aufeinander abzubilden (multimodale Bildanalyse). Eine weitere wichtige Anwendung ist die Anpassung einer digitalen Repräsentation eines Anatomieatlas auf ein Patiententomogramm. Bei einem visuellen Vergleich der Bilder ist es dann möglich, die im Atlasbild bekannten Strukturen im Patientenbild zu lokalisieren und lokale Unterschiede, wie Verformungen und Größenveränderungen, festzustellen. Die daraus gewonnenen Erkenntnisse können in der Diagnose, sowie der Operations- und Therapieplanung verwendet werden.

Für die Registrierung können verschiedene Klassen von Transformationen benutzt werden. Starre und affine Transformationen führen oft nicht zu der gewünschten Übereinstimmung zwischen zwei Repräsentationen, insbesondere dann, wenn

lokale Deformationen vorliegen. In diesen Fällen ist es sinnvoll, sog. elastische Transformationen zu verwenden, die eine kontinuierliche und topologieerhaltende Deformation einer Struktur beschreiben. Bei der Anwendung solcher Ansätze ist neben einer Aussage über die Qualität der Übereinstimmung nach der Transformation ebenso interessant, ob sich theoretische Vorhersagen über das lokale Verhalten der Transformation aufstellen lassen. Bei den sog. elastischen Registrierungsansätzen liegt es zu diesem Zweck vom Begriff her nahe, die Bezüge zur Elastizitätstheorie zu untersuchen. Dabei sollte geklärt werden, ob ein Modell gefunden werden kann, das in der Lage ist, die Transformationsauswirkungen zu veranschaulichen und den physikalische Begriff 'elastisch' im weitesten Sinne zu rechtfertigen. Ein solches Modell wird in Bezug auf die oben geschilderten Anwendungsszenarien in der medizinischen Bildverarbeitung immer stark vereinfacht sein, da eine naturgetreue Modellierung von Deformationen menschlichen Gewebes eine Kenntnis über Elastizitätskonstanten und Gewebeinhomogenitäten einschließen müßte

Ein Ansatz zur elastischen Registrierung für zweidimensionale Bilddatensätze wurde in (Bookstein 1989) beschrieben und stützt sich auf ein Interpolationsverfahren mit sog. 'Thin-Plate Splines'. In der vorliegenden Untersuchung wird der Bezug dieses Ansatzes zur Theorie der Ausbiegung dünner Platten innerhalb der linearen Elastizitätstheorie hergestellt, und es wird diskutiert, ob die vertikale Ausbiegung einer dünnen Platte zu einem konsistenten elastischen Modell zur Beschreibung von Deformationen in einer Bildebene führen kann. Weiter wird nach der Anwendung des Ansatzes auf synthetische und klinische Testbilder untersucht, ob die entstandenen Deformationen innerhalb der linearen Theorie interpretiert werden können. Zu diesem Zweck werden Kriterien aufgestellt, die es ermöglichen, zwischen linearen (kleinen) und nicht-linearen (großen) Deformationen zu unterscheiden.

2 'Thin-Plate Splines' und Bezüge zur Elastizitätstheorie

Bei dem Ansatz in (Bookstein 1989) zur elastischen Registrierung wird für die Transformation zwischen zwei Bildrepräsentationen folgende Funktion gewählt:

$$\begin{aligned} x' &= f_x(x, y) = a_{0x} + a_{1x}x + a_{2x}y + \sum_{i=1}^n b_{ix} r_i^2 \ln r_i & (1) \\ y' &= f_y(x, y) = a_{0y} + a_{1y}x + a_{2y}y + \sum_{i=1}^n b_{iy} r_i^2 \ln r_i \\ r_i &= \sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2} \end{aligned}$$

Diese Funktion transformiert den Punkt (x, y) des Quellbildes in den Punkt (x', y') des Zielbildes. Die Koeffizienten in (1) werden an Hand von n vorzugebenden korrespondierenden Landmarken (x_i, y_i) und (x'_i, y'_i) in Quell- und Zielbild berechnet. Die Transformationsfunktion ist aufgebaut aus einem affinen

Anteil, der eine Verschiebung, Skalierung, Drehung und Scherung des Quellbildes verursacht, und einer Summe von radialen Basisfunktionen $r_i^2 \ln r_i$. Diese Summe beschreibt im Gegensatz zu den globalen Auswirkungen des affinen Teils lokale Deformationen und stammt aus der Theorie der Verformung von dünnen elastischen Platten. Im weiteren soll dieser Zusammenhang kurz skizziert werden.

Betrachtet man eine horizontal liegende dünne Platte, auf die eine vertikal gerichtete Last $p(x, y)$ (Kraft pro Fläche) einwirkt, so werden kleine vertikale Auslenkungen $w(x, y)$ der Platte aus der Ruhelage innerhalb der linearen Elastizitätstheorie über die Kirchhoffsche Plattengleichung beschrieben (K ist dabei eine elastische Konstante):

$$\Delta^2 w(x, y) = \frac{p(x, y)}{K}. \quad (2)$$

Lösungen dieser Gleichung können mit der Methode der Greenschen Funktion gefunden werden (siehe (Courant und Hilbert 1978)). Dabei wird nach der Auslenkung einer dünnen Platte unter einer an einem Punkt wirkenden Einzelkraft gesucht, um daraus die Auslenkung unter einer beliebigen Last p als Überlagerung der Einzelauslenkungen zu berechnen. Die Plattengleichung bei einer vertikal wirkenden Einzelkraft wird durch die Funktion $U(x, y)$ gelöst:

$$U(x, y) = \frac{1}{K 8 \pi} r^2 \ln r + \gamma(x, y). \quad (3)$$

Die Funktion $\gamma(x, y)$ ist Lösung der biharmonischen Gleichung $\Delta^2 \gamma = 0$ und dient zur Erfüllung der Randbedingungen der Plattengleichung. Gleichung (3) stellt somit den Zusammenhang her zwischen der Summe der radialen Basisfunktionen in (1) und der Theorie der Ausbiegung dünner Platten. Daher wird dieser Teil der Transformationsfunktion in der vorliegenden Arbeit als Biegeanteil bezeichnet.

Aus der vertikalen Ausbiegung läßt sich aber nicht ohne weiteres ein elastisches Modell für die Deformationen innerhalb der Bildebene gewinnen. Jede Komponente f_x, f_y der Transformationsfunktion erfüllt zwar entsprechend Gleichung (3) separat die Kirchhoffsche Plattengleichung mit Einzelkräften an den Positionen der Quell-Landmarken, jedoch ist unklar wie die 'Ausbiegungen' innerhalb der Bildebene über die Auslenkung von Platten modelliert werden können. Somit ist zwar die Transformationsfunktion (1) mit der Elastizitätstheorie über die Auslenkung dünner Platten verbunden, sie stellt jedoch keine elastische Modellierung der Bildebene dar. Im weiteren werden die Deformationen untersucht, die durch die Transformationsfunktion bei synthetischen und klinischen Testbildern hervorgerufen werden, ohne dabei Bezug auf ein konkretes elastisches Modell zu nehmen.

3 Linearitätsbedingungen und elastische Registrierung

Im folgenden werden Kriterien aufgestellt, um zu überprüfen, ob die durch die Transformationsfunktion in (1) verursachten Deformationen innerhalb der Elastizitätstheorie als kleine oder große Deformationen betrachtet werden müssen.

Da der hier untersuchte Ansatz von (Bookstein 1989), wie oben geschildert, mit der linearen Elastizitätstheorie (kleine Deformationen) in Zusammenhang gebracht werden kann, ermöglichen diese Kriterien die Entscheidung, ob überhaupt eine konsistente Modellierung der Deformationen im Sinne der linearen Theorie gefunden werden kann.

In der Elastizitätstheorie werden Gestaltänderungen von deformierten Körpern über den sog. Verzerrungstensor F beschrieben (Eschenauer und Schnell 1993). Die Elemente γ_{ij} geben die Abstandsänderung zwischen Punkten des deformierten Körpers an. Dieser Tensor wird mit Hilfe der Verschiebungen $(u, v) = (x - x', y - y')$, d.h. der Positionsänderung eines Punktes nach einer Deformation, beschrieben. Im zweidimensionalen Fall reduziert sich der Tensor zu einer 2×2 Matrix mit den Elementen $(u_x = \frac{\partial u}{\partial x})$:

$$\begin{aligned}\gamma_{11} &= \varepsilon_{xx} = u_x + \frac{1}{2}(u_x^2 + v_x^2) \\ \gamma_{22} &= \varepsilon_{yy} = v_y + \frac{1}{2}(u_y^2 + v_y^2) \\ \gamma_{12} &= \gamma_{xy} = \frac{1}{2}[u_y + v_x + (u_x u_y + v_x v_y)] \\ \gamma_{21} &= \gamma_{12}\end{aligned}\tag{4}$$

Die Diagonalelemente werden als Dehnungen (Längenänderung pro Länge) entlang der x - bzw. y -Achse bezeichnet, γ_{12} und γ_{21} heißen Scherungen. Von kleinen Deformationen spricht man, falls folgende Abschätzungen gelten:

$$\begin{aligned}|u_x| &\gg \left| \frac{1}{2}(u_x^2 + v_x^2) \right| \\ |v_y| &\gg \left| \frac{1}{2}(u_y^2 + v_y^2) \right| \\ |u_y + v_x| &\gg |u_x u_y + v_x v_y|\end{aligned}\tag{5}$$

Für diesen Fall werden zur Formulierung der Elastizitätstheorie nur die linearen Terme berücksichtigt.

Übertragen auf die Situation der nicht-starren Registrierung bedeutet dies, daß man an Hand der Ableitung der Verschiebungen mit Hilfe von (5) entscheiden kann, ob eine Interpretation innerhalb der linearen Elastizitätstheorie prinzipiell möglich ist.

4 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Abschnitt werden experimentelle Ergebnisse der Anwendung des Registrierungsansatzes (Bookstein 1989) auf synthetische und klinische Testbilder beschrieben. Die Auswirkungen der Transformationsfunktion werden an Hand der Deformation eines regulären Gitters für den affinen Anteil und den Biege-Anteil getrennt visualisiert. In den Abbildungen (siehe z.B. Abb. 2) ist das ursprüngliche Gitter durch kleine Kreuze und das durch die jeweilige Transformation deformierte Gitter durch Linien dargestellt. Mit Hilfe der Linearitätskriterien (5) wird dann ausgewertet, ob die durch die Transformationsfunktion (1) hervorgerufenen Bilddeformationen noch innerhalb der linearen Elastizitätstheorie

interpretierbar sind.

In Abb. 1 ist ein synthetisches Testbildpaar dargestellt. Wir nehmen an, daß

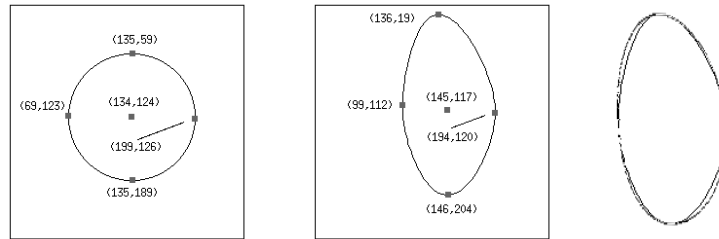


Abbildung 1. Quell- und Zielbild mit Landmarken und Ergebnis der elastischen Registrierung

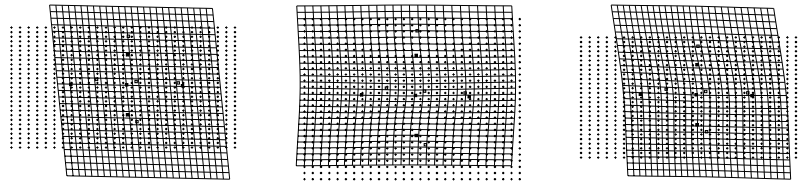


Abbildung 2. Affiner Anteil, Biege-Anteil und Ergebnis der gesamten elastischen Transformation

das Zielbild durch ein Zusammendrücken des Kreises entstanden ist. Das Ergebnis der Registrierung mit fünf korrespondierenden Landmarken zeigt, daß eine gute Angleichung erreicht wird. Mit Blick auf das Ergebnis des Biege-Anteils in Abb. 2 (Mitte) fällt aber auf, daß der Biege-Anteil auf den Bildbereich bezogen eine globale Verschiebungskomponente in Richtung der linken oberen Bildecke bewirkt, also nicht nur lokale Deformationskomponenten enthält. Bei unserer Untersuchung der Linearitätskriterien werden die rechten Seiten der Ungleichungen in (5) als vernachlässigbar angesehen, falls der Quotient zwischen rechter durch linker Seite einen Wert von 0.2 nicht überschreitet. Bei dem synthetischen Testbildpaar aus Abb. 1 wird dieser große Faktor zwischen linearen und höheren Termen in Gleichung (4) gewählt, da im Vergleich zu den Anwendungen in der medizinischen Bildanalyse hier zur besseren Sichtbarkeit der Transformationsauswirkungen relativ große Konturunterschiede nachgebildet werden. In Abb. 3 ist der ursprüngliche Kreis zusammen mit dem Ergebnis der Transformation dargestellt. Zusätzlich sind diejenigen Bereiche des transformierten Bildes mit einer Schraffur versehen, die das oben gewählte Kriterium nicht erfüllen. Im linken Bild wird sichtbar, daß die Transformation bei der Formveränderung in

x -Richtung (erste Ungleichung in (5)) in der linken Bildhälfte zu nicht-linearen Deformationen geführt hat, da der Kreis zur Anpassung an das Zielbild hier stark zusammengedrückt wird. Im mittleren Bild in Abb. 3 sind nicht-lineare Bereiche bei Formveränderungen in y -Richtung dargestellt. Auch hier wird das Ergebnis an Hand eines Vergleichs zwischen Kreis und dem Ergebnis der Transformation verständlich, da der Kreis in der oberen Bildhälfte stark gedehnt wurde. Im rechten Bild sind die nicht-linearen Bereiche bezogen auf die Scherung dargestellt. Ein klinisches Testbildpaar zeigt Abb. 4. Das Ergebnis der Registrierung

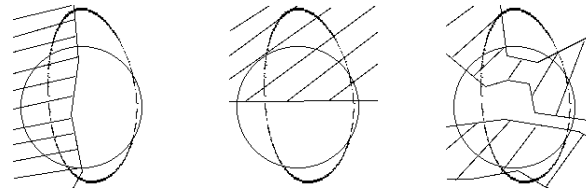


Abbildung3. Nicht-lineare Bereiche bei Dehnung in x -Richtung, Dehnung in y -Richtung und Scherung bei einem Faktor von 0.2

mit Hilfe von 25 korrespondierenden Landmarken im Bild rechts zeigt, daß eine gute Angleichung erreicht wurde. Bei der Untersuchung der Linearitätsbedingungen ergibt sich, daß in weit ausgedehnten Bildbereichen nicht von kleinen Verschiebungen gesprochen werden kann. In Abb.6 und 7 sind die Bereiche des transformierten Bildes schwarz eingefärbt, in denen der Faktor von 0.1 zwischen linearen und höheren Termen (Abb. 6) bzw. 0.2 (Abb. 7) überschritten wird. Hier ergibt sich, daß in weit ausgedehnten Bildbereichen eine lineare Näherung nicht gültig ist.

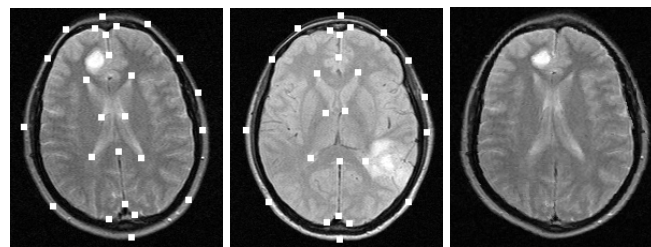


Abbildung4. Quell- und Zielbild mit Landmarken und Ergebnis der elastischen Registrierung

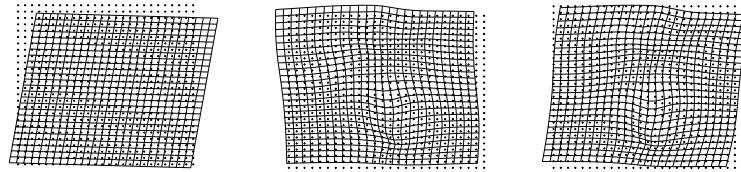


Abbildung5. Affiner Anteil, Biege-Anteil und Ergebnis der gesamten elastischen Transformation



Abbildung6. Nicht-lineare Bereiche bei Dehnung in x -Richtung, Dehnung in y -Richtung und Scherung bei einem Faktor von 0.1



Abbildung7. Nicht-lineare Bereiche bei Dehnung in x -Richtung, Dehnung in y -Richtung und Scherung bei einem Faktor von 0.2

5 Zusammenfassung

Die Untersuchung des elastischen Registrierungsansatzes in (Bookstein 1989) hat ergeben, daß dieser zwar über den Biege-Anteil der Transformationsfunktion mit der linearen Elastizitätstheorie verbunden ist, aber keine elastische Modellierung einer zweidimensionalen Ebene beschreibt. Bei der Untersuchung der Deformationen ermöglichen die Linearitätskriterien (5) zu unterscheiden, ob im Sinne der Elastizitätstheorie kleine oder große Deformationen vorliegen. Bei den un-

tersuchten Beispielen stellte sich heraus, daß die Größe der Formveränderungen in weiten Bildbereichen in den Bereich der nicht-linearen Elastizitätstheorie fallen. Es wird daher vorgeschlagen diesen Ansatz eher als 'lokal deformierenden Registrierungsansatz' zu bezeichnen, um die physikalische Bedeutung des Begriffes 'elastisch' zu wahren. Ein Ergebnis der Visualisierung der Auswirkungen von affinem Anteil und Biege-Anteil an Hand eines regulären Gitters ist die erstaunliche Beobachtung, daß der Biege-Anteil nicht nur lokale Deformationen der Bildstrukturen bewirkt, sondern auch auf den Bildbereich bezogen globale Verschiebungskomponenten enthalten kann. Diese Beobachtung hat sich auch in weiteren Experimenten bestätigt. Dennoch sollte betont werden, daß sich mit dem Ansatz in (Bookstein 1989) i.a. ein gutes Registrierungsergebnis erzielen läßt.

Danksagung

Diese Arbeit entstand im Rahmen des von den Philips Forschungslaboratorien Hamburg finanzierten Projektes IMAGINE. Wir danken dem COVIRA Konsortium, AIM Projekt A2003 der EU, für die Bereitstellung der MR-Bilder.

Literatur

- Bookstein, F.: Thin-Plate Splines and the decomposition of deformation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence **11:6** (1989) 567-585
Courant, R., Hilbert, D.: Methoden der Mathematischen Physik. Springer:Berlin, Heidelberg, New York. (1978) Bd. 1-2
Eschenauer, H., Schnell, W.: Elastizitätstheorie. BI-Wiss.-Verlag:Mannheim (1993)