

## Übungsaufgaben zur Vorlesung "Bildverarbeitung"

Bernd Neumann

WS 07

### Blatt 8

1. Verallgemeinern Sie die Bayes'sche Entscheidungsregel dahingehend, dass nicht die Fehlerwahrscheinlichkeit sondern die erwarteten Kosten bei gegebener Evidenz  $\underline{x}$  minimiert werden. Die Kosten  $c_{ik}$  seien definiert als

$c_{ik}$  = Kosten bei einer Entscheidung für Klasse  $i$  wenn Klasse  $k$  vorliegt

Für  $K$  Klassen ergibt sich also eine  $K$ -dimensionale Kostenmatrix  $C$ . Nehmen Sie an, dass alle  $c_{ii} = 0$  (keine Kosten für eine korrekte Entscheidung) und dass  $c_{ik} > 0$  für alle  $i \neq k$ .

Gehen Sie davon aus, dass die a posteriori Wahrscheinlichkeiten  $P(\omega_i | \underline{x})$  bekannt sind.

Wie lautet die kostenminimierende Entscheidungsregel?  
(4 Punkte)

2. Durch Luftbildauswertung sollen Umweltschäden frühzeitig erkannt werden. Wenn die Auswertung den Verdacht eines Umweltschadens ergibt, erfolgt eine aufwendigere Nachuntersuchung. Dabei können die folgenden Kosten entstehen:

100 Euro	Luftbildauswertung
1000 Euro	Nachuntersuchung
9000 Euro	Maßnahmen gegen frühzeitig entdeckte Umweltschäden
100000 Euro	Maßnahmen gegen verspätet entdeckte Umweltschäden

Nehmen Sie an, dass jedes 10. Bild einen Umweltschaden zeigt. Die Luftbilder erfassen einen Messwert  $x$ , dessen Werte mit den folgenden Wahrscheinlichkeiten im Fall von keinem Schaden bzw. im Fall eines Schadens auftreten:

	$x < 1$	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 4$	$4 \leq x$
kein Schaden	60%	30%	10%	0%
Schaden	0%	20%	30%	50%

a) Wie lautet die Bayes'sche Entscheidungsregel (ohne Berücksichtigung der Kosten)?  
b) Wie lautet die kostenminimierende Entscheidungsregel?  
(6 Punkte)