Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

MIN-Fakultät
Fachbereich Informatik
Arbeitsbereich SAV/BV (KOGS)

Grundlagen der Signalverarbeitung und Robotik

Teil 1: Grundlagen der Signalverarbeitung

Vorlesung 1: Einführung und LTI-Systeme

Benjamin Seppke
Jianwei Zhang

Vorlesung:	Do 10:15 – 11:45 Uhr	(Hörsaal C, Chemie)
Übung 1:	Mi 10:15 – 11:45 Uhr	(R. 24b IOCh, MLK 6)
Übung 2:	Mi 12:15 – 13:45 Uhr	(R. 261 IPhCh, Grindel 117)

Übungen

- Jeden Donnerstag werden Übungsaufgaben ins Netz gestellt und in der Vorlesung kurz erläutert.
- Die Übungsaufgaben müssen schriftlich bearbeitet und vor dem nächsten Übungstermin abgegeben werden. Elektronische Abgabe ist möglich an seppke@informatik.uni-hamburg.de
- Übungen können in Gruppen von bis zu drei Studierenden bearbeitet und abgegeben werden.
- In den Übungsstunden werden Lösungen von Teilnehmern vorgetragen und gemeinsam besprochen.
- Die abgegebenen Lösungen werden bewertet, für eine erfolgreiche Übungsteilnahme ist mindestens die Hälfte der maximalen Punktzahl erforderlich.
- Eine erfolgreiche Teilnahme an den Übungen ist Voraussetzung für die Zulassung zur mündlichen Modulprüfung.

Zugriff auf Materialien

- In Stine unter der Vorlesung finden Sie:
  - aktuelle Nachrichten,
  - Folienkopien,
  - Übungsblätter und
  - andere nützliche Angaben
- Aktualisierung jeden Dienstag
- Für den ersten Teil zusätzlich auch unter:

http://kogs-www.informatik.uni-hamburg.de/~seppke

Mit wem Sie es zu tun haben ...

Akademischer Lebenslauf:

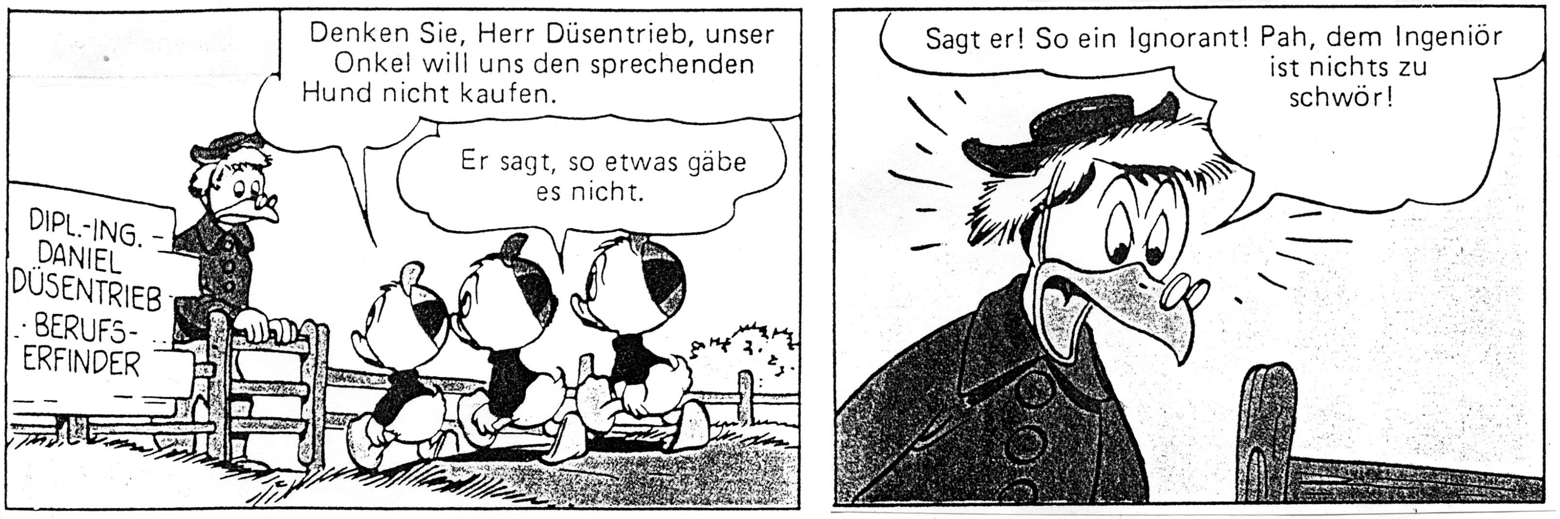
2001	Beginn des Diplomstudiums Informatik an der Uni HH
2006	Diplom Informatik
2007	Arbeit als Wissenschaftler am DESY (Mikro-Tomographie mit Synchrotron-Strahlung)
2008	Doktorand am AB Kognitive Systeme, FB Informatik, Uni HH
seit 2009	Mitarbeit und Leitung diverser Forschungsprojekte
2013	Doktor der Naturwissenschaften
aktuell	Post-Doc am AB SAV/BV, FB Informatik, Uni HH

Interessen:

2D/3D Bildverarbeitung, Fernerkundung, Materialforschung, Interdisziplinäre Kooperationen

Wahlspruch

- Dem Ingeniör ist nichts zu schwör!



Carl Barks (Bild), Dr. Erika Fuchs (Text)
Micky Maus Heft Nr. 11, Ehapa Verlag, 1954, S. 9

Original:
"He does, huh? Well, I´ll show him that Gyro Gearloose can make anything talk!"

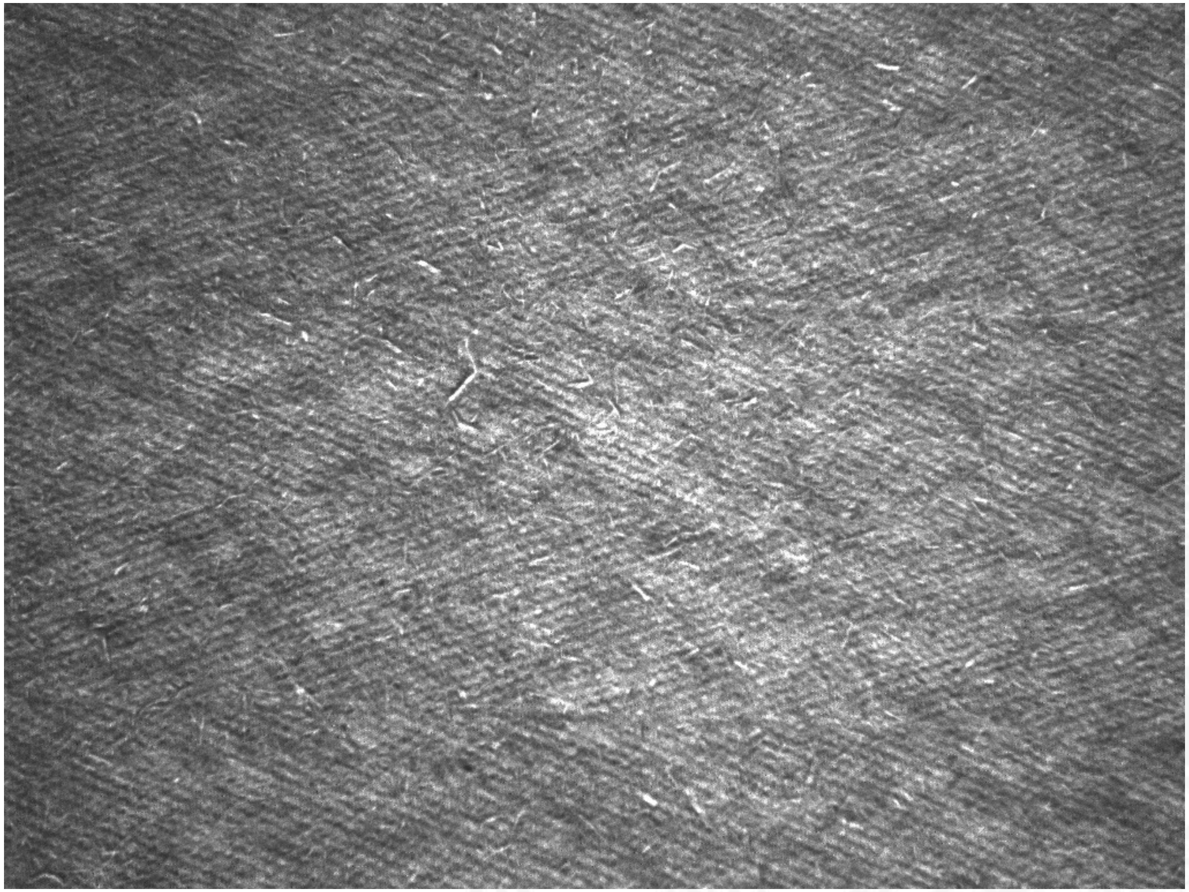
Inhalt von Teil 1 (1)

- Signale in linearen zeitinvarianten Systemen
  - Elementarsignale
  - Lineare zeitinvariante Systeme
  - Faltungsintegral
- Fourier-Transformation
  - Eigenschaften der Fourier-Transformation
  - Beispiele für Fourier-Transformationen
  - Filtern im Orts- und Frequenzbereich
- Diskrete Signale
  - Shannons Abtasttheorem, Rekonstruktion
  - Topologie erhaltende Abtastung
  - Bilddigitalisierung

Inhalt von Teil 1 (2)

- Diskrete Faltung und diskrete Fourier-Transformation
  - Schnelle Fourier-Transformation (FFT)
  - Filtern von Digitalbildern
- Digitale Bildverarbeitung
  - Bildkompression
  - Karhunen-Loève-Transformation
  - Geometrische Transformationen
- Digitale perspektivische Abbildung
  - 3D nach 2D
  - 2D nach 3D

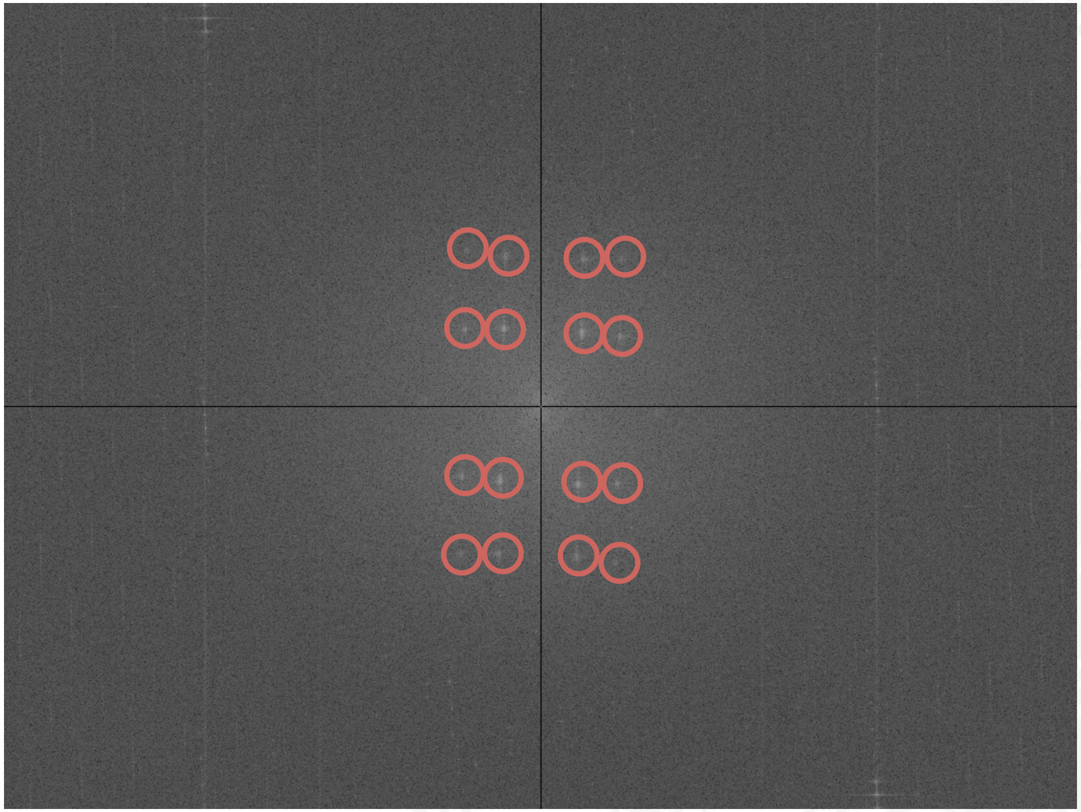
Motivation
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (1)



Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

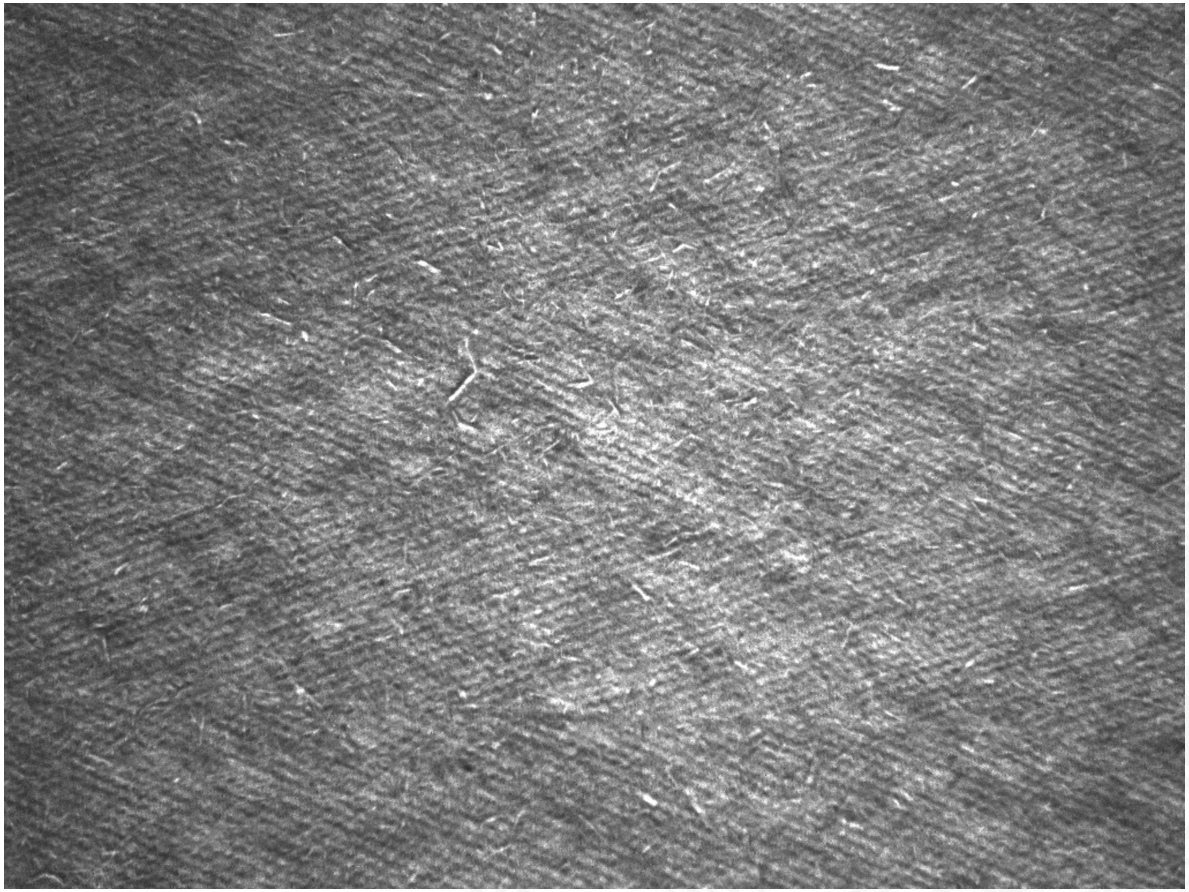
Motivation
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (2)

Analyse des Systemverhaltens im Frequenzraum:



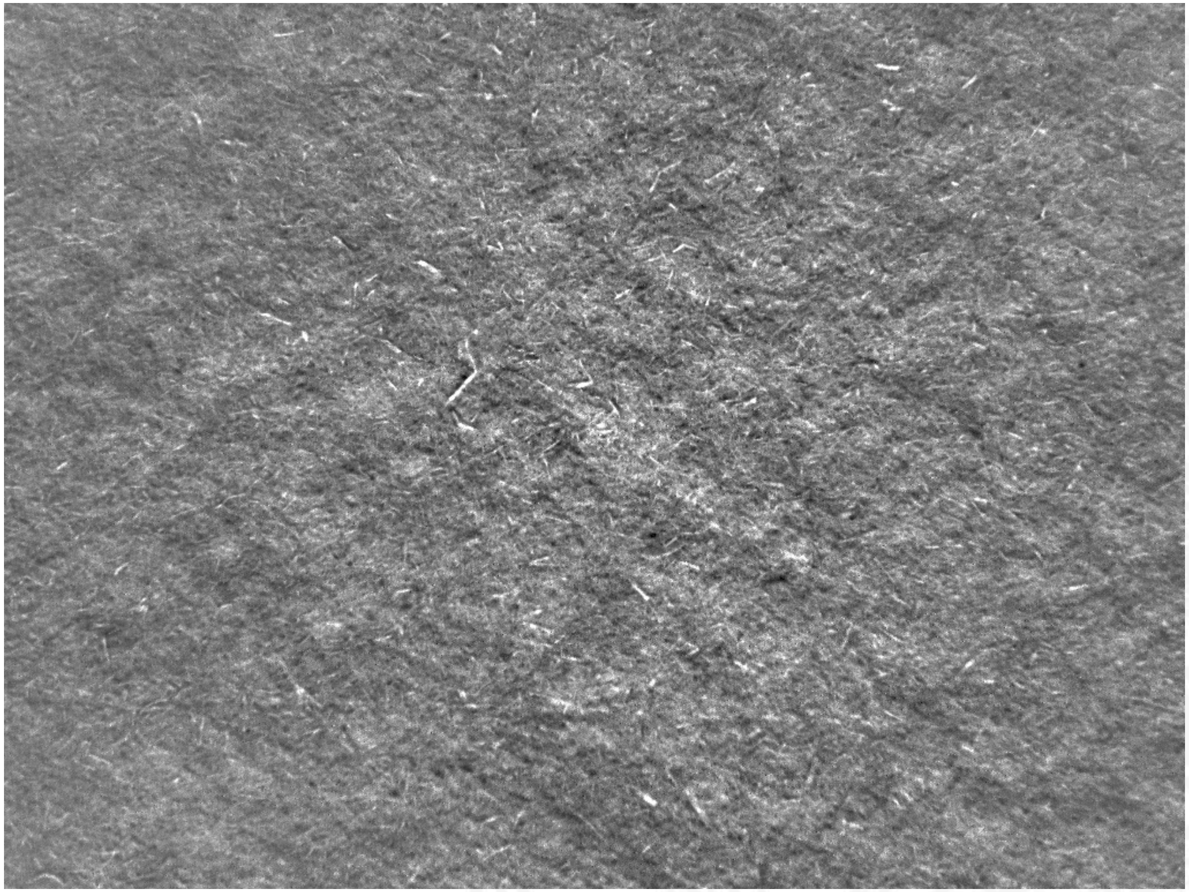
Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (1)



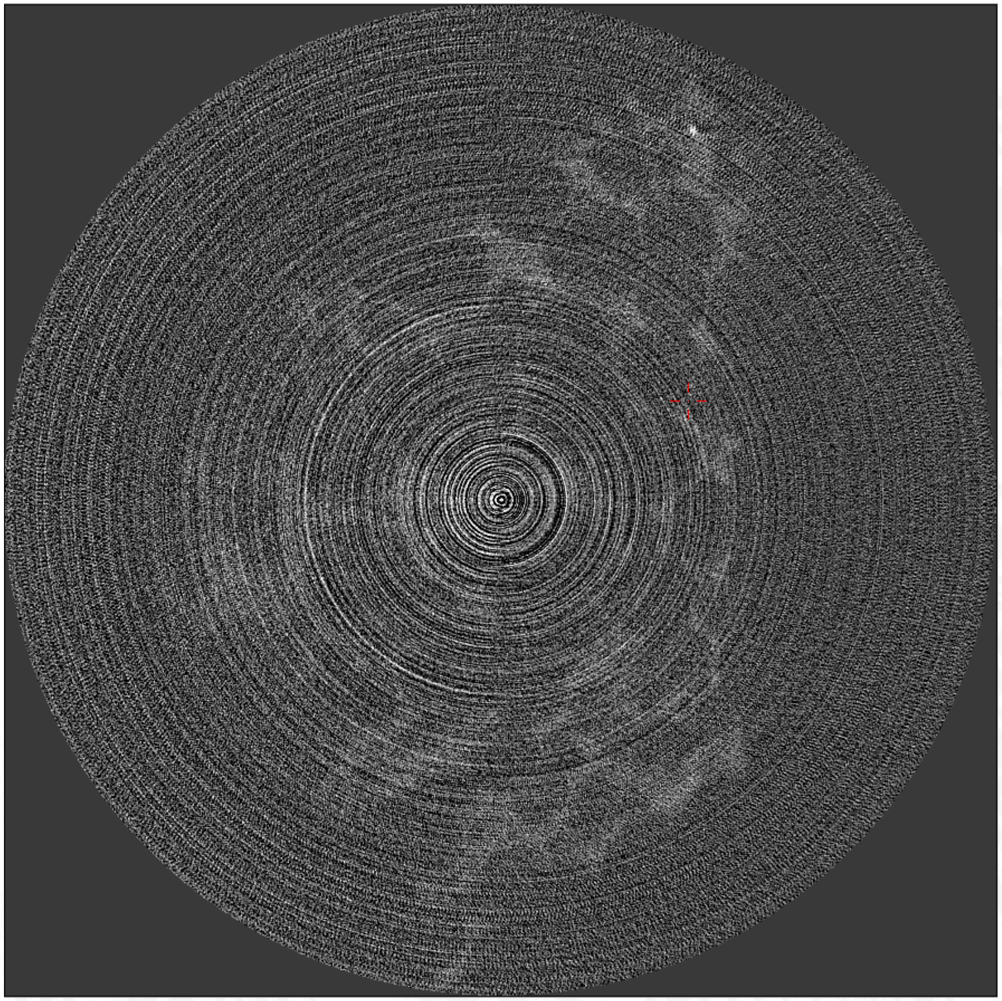
Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (3)



Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

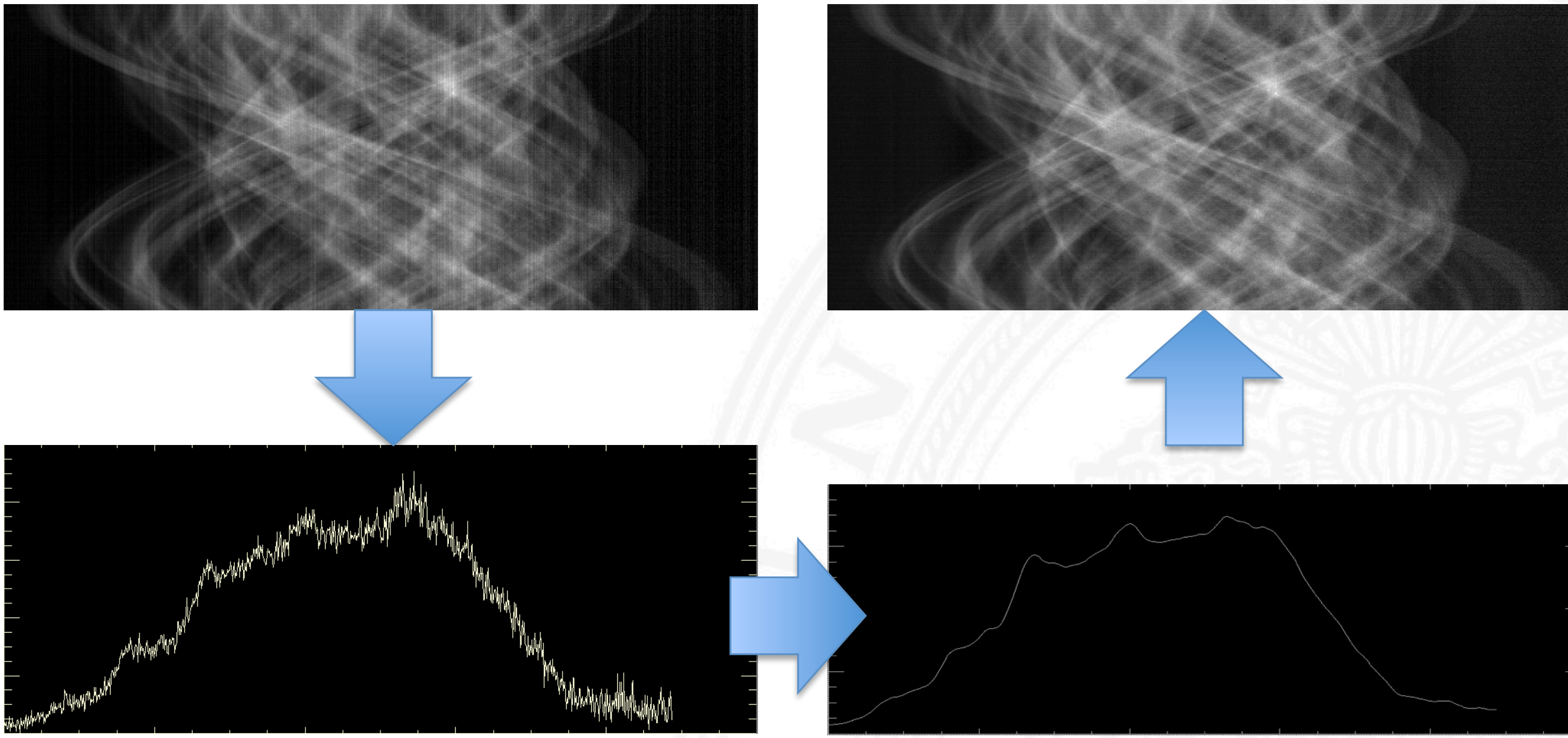
Motivation
Beispiel aus der Mikrotomographie (1)



Forschungsarbeit am GKSS,
Außenstelle DESY, HASYLAB

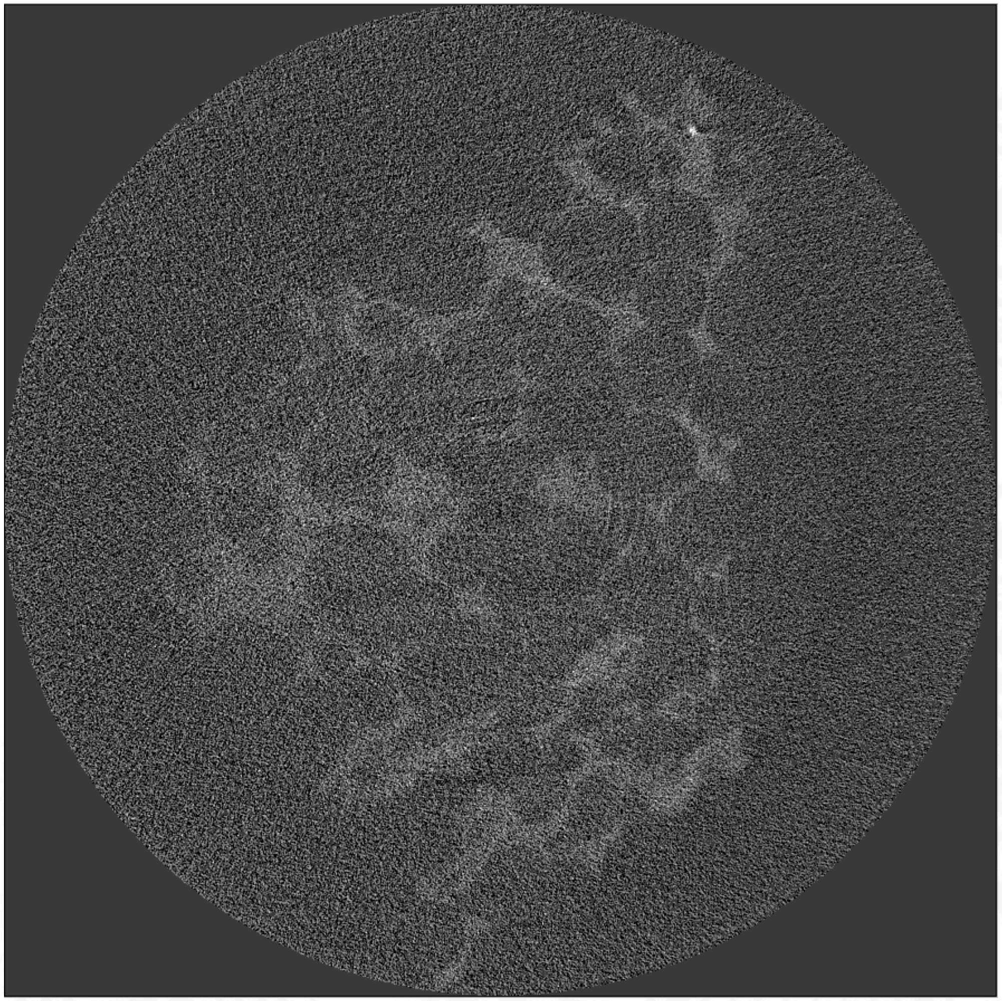
Motivation
Beispiel aus der Mikrotomographie (2)

Entdeckung möglicher Fehlerquellen: Systemanalyse



Forschungsarbeit am GKSS, Außenstelle DESY, HASYLAB

Motivation
Beispiel aus der Mikrotomographie (3)



Forschungsarbeit am GKSS, Außenstelle DESY, HASYLAB

Was sind Signale?

"Signale stellen die materielle Realisierung von Informationen dar. Sie haben einen Informationsgehalt, dargestellt durch den Verlauf bzw. die Änderung von informationstragenden Parametern. Die physikalische Größe, von der das Signal getragen wird, heißt Signalträger.“

Woshni, Informationstechnik, Verlag Technik, 1988

"Ein Signal ist ein physikalisches Phänomen, dessen Vorhandensein oder Änderung als Darstellung von Informationen angesehen wird."

DN 40146-1: Nachrichtenübertragung, 1994

Viele physikalische Größen:

- Spannung
- Schalldruck
- Lichtintensität
- Lichtfrequenz
- Temperatur

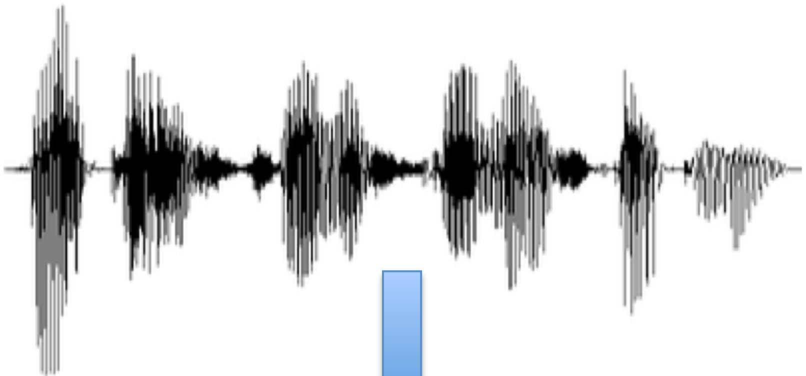
. . .

Von einer physikalischen Größe abstrahierende Repräsentationsformen:

- mathematische Funktion
- Kurvenverlauf, Grafik, Diagramm
- Zahlenreihe, Zahlenfeld

. . .

Signal, Nachricht, Information



"heute ist schönes Frühlingswetter"

Signal	Signale können mit verschiedenen Trägern übermittelt werden
Nachricht	Nachrichten werden durch Zeichen oder Symbole dargestellt
leider keine Information für den Empfänger	Informationsgehalt hängt vom "Überraschungsgrad" des Nachrichten-empfängers ab

Von Signalen zur Bedeutung

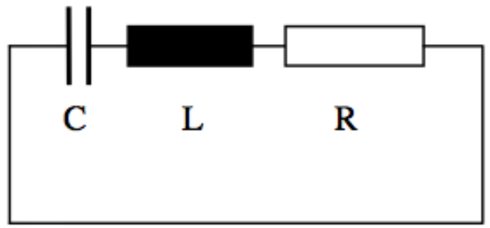
Müllabfuhr und Briefträger bei der Arbeit

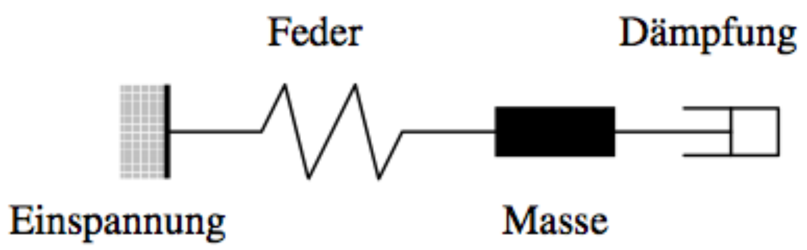
- Signalverarbeitung kann zahlreiche komplexe Teilprozesse mit wechselnden Repräsentationen umfassen
- Wir behandeln hier vorwiegend allgemein verwendbare Grundformen der Signalverarbeitung und ihre Gesetzmäßigkeiten

  ➡ mathematische Abstraktionen

Signalverarbeitung in Systemen

Die formale, abstrahierende Beschreibung von Signalverarbeitung ermöglicht die Analyse und Synthese von verschiedenen Anwendungssystemen mit denselben Mitteln.





gedämpfter elektrischer Serienschwingkreis

$$L \cdot \ddot{i} + R \cdot \dot{i} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

gedämpfter mechanischer Schwinger

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

Überführung der Gleichungen ineinander mit $L \Leftrightarrow m$, $R \Leftrightarrow b$, $c \Leftrightarrow 1/C$, $i \Leftrightarrow x$

Systemtheorie liefert z.B. Kriterien für die Stabilität eines Schwingkreises unabhängig von seiner physikalischen Realisierung.

Erklärungsanspruch der Systemtheorie

Wurzeln:

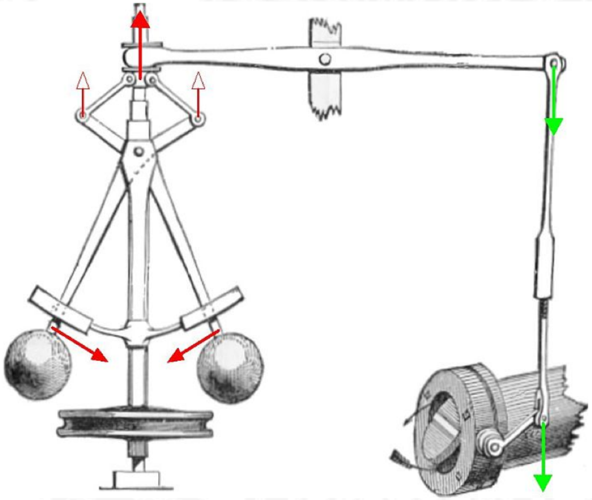
- Regelungstechnik: Regelungsvorgänge in technischen Systemen
- Kybernetik: Vergleichende Betrachtung von Gesetzmäßigkeiten in technischen, biologischen und soziologischen Systemen

Norbert Wiener (1894 – 1964) begründete die Kybernetik:

> "Wir haben beschlossen, das ganze Gebiet der Regelung und Nachrichtentheorie, ob in der Maschine oder im Tier, mit dem Namen 'Kybernetik' zu benennen ..."

N. Wiener: Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine. 1. Auflage 1948
Deutsche Ausgabe: Kybernetik-Regelung und Maschine. Rowohlt 1963

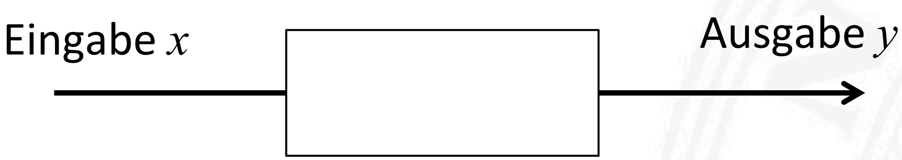
κυβερνητης = Steuermann ≈ governor ≈ Regler



Verhaltensbeschreibung

System(komponenten) werden durch Eingabe-Ausgabe-Verhalten als Black Box oder White Box beschrieben:

Innere Struktur nicht bekannt, abstrakte Verhaltensmodelle (nützlich für Verhaltensanalyse komplexer Systeme)



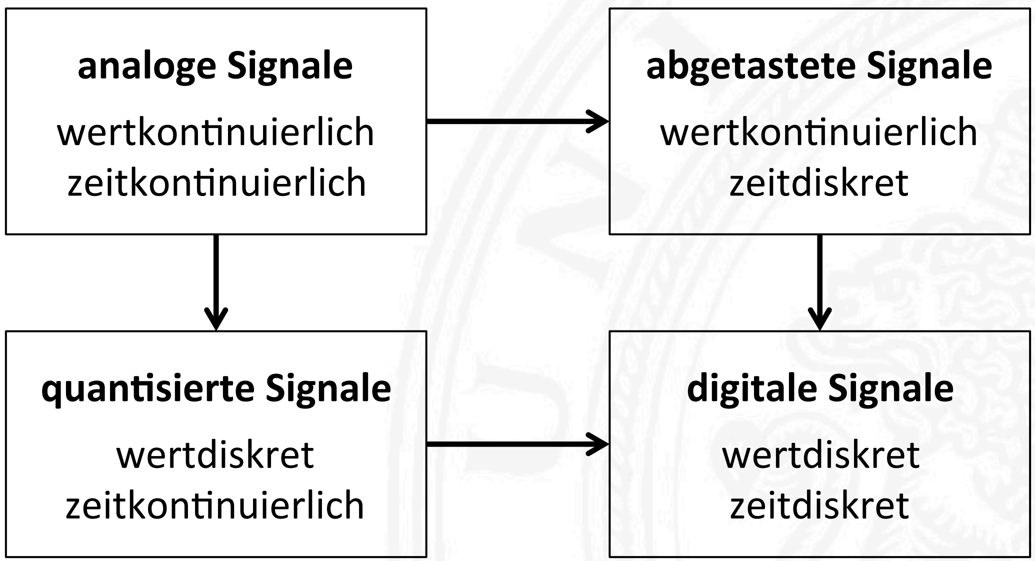
Verhalten ergibt sich aus Kenntnissen der inneren Struktur (nützlich für Abstraktion von bekanntem Detail)

x und y werden häufig als "Zeitfunktion" $x(t)$ und $y(t)$ beschrieben
Die Transformation durch eine Komponente ist $y(t) = Tr\{x(t)\}$

Kontinuierliche vs. diskrete Signale (1)

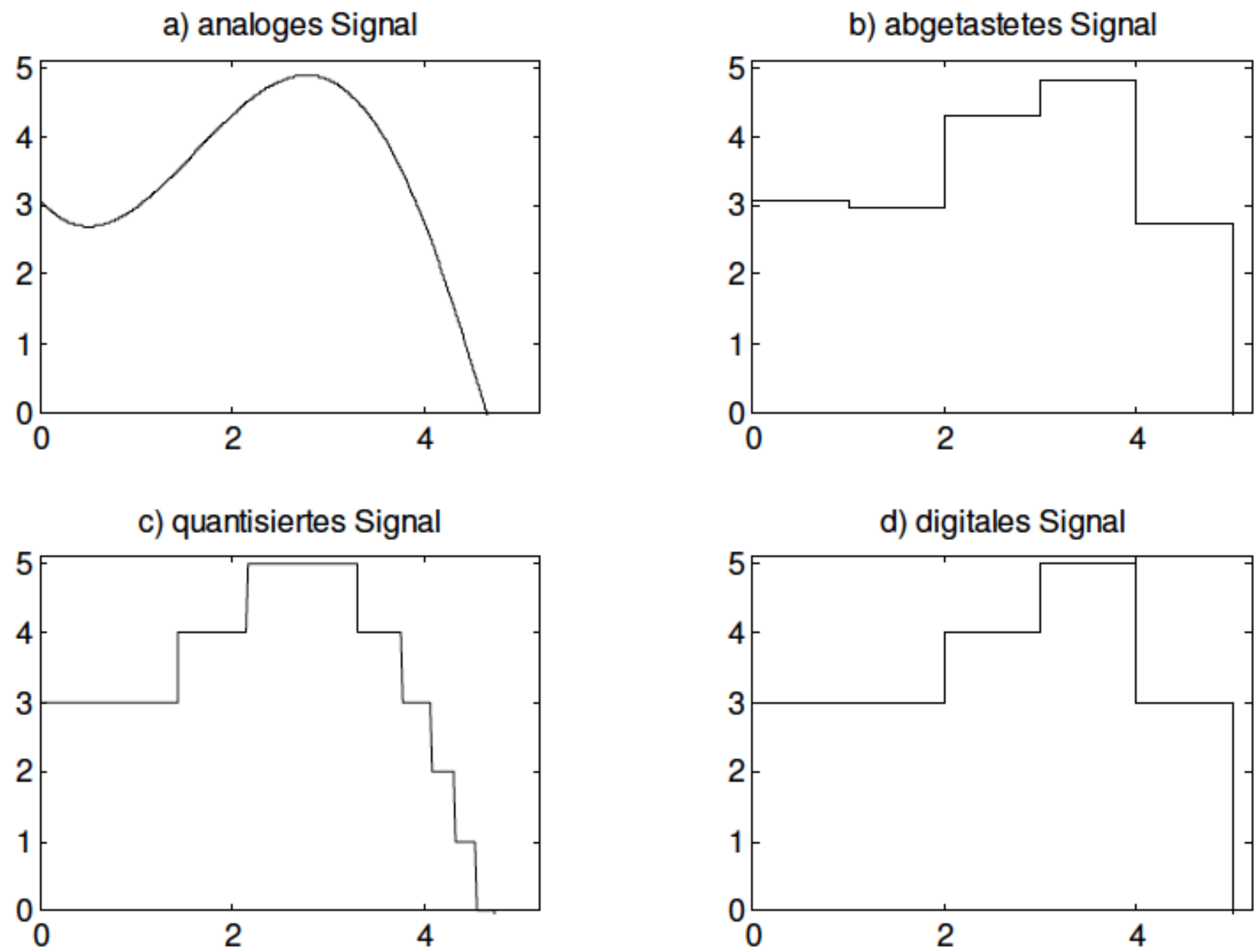
Kontinuierlich: zu jedem Zeitpunkt definiert, kann jede Stelle im Wertebereich annehmen ⇒ Definitions- und Wertebereich entsprechen reellen Zahlen

Diskret oder quantisiert: Signal kann nur bestimmte Stellen im Zeitbereich ("zeitdiskret") oder Wertebereich ("wertediskret") einnehmen

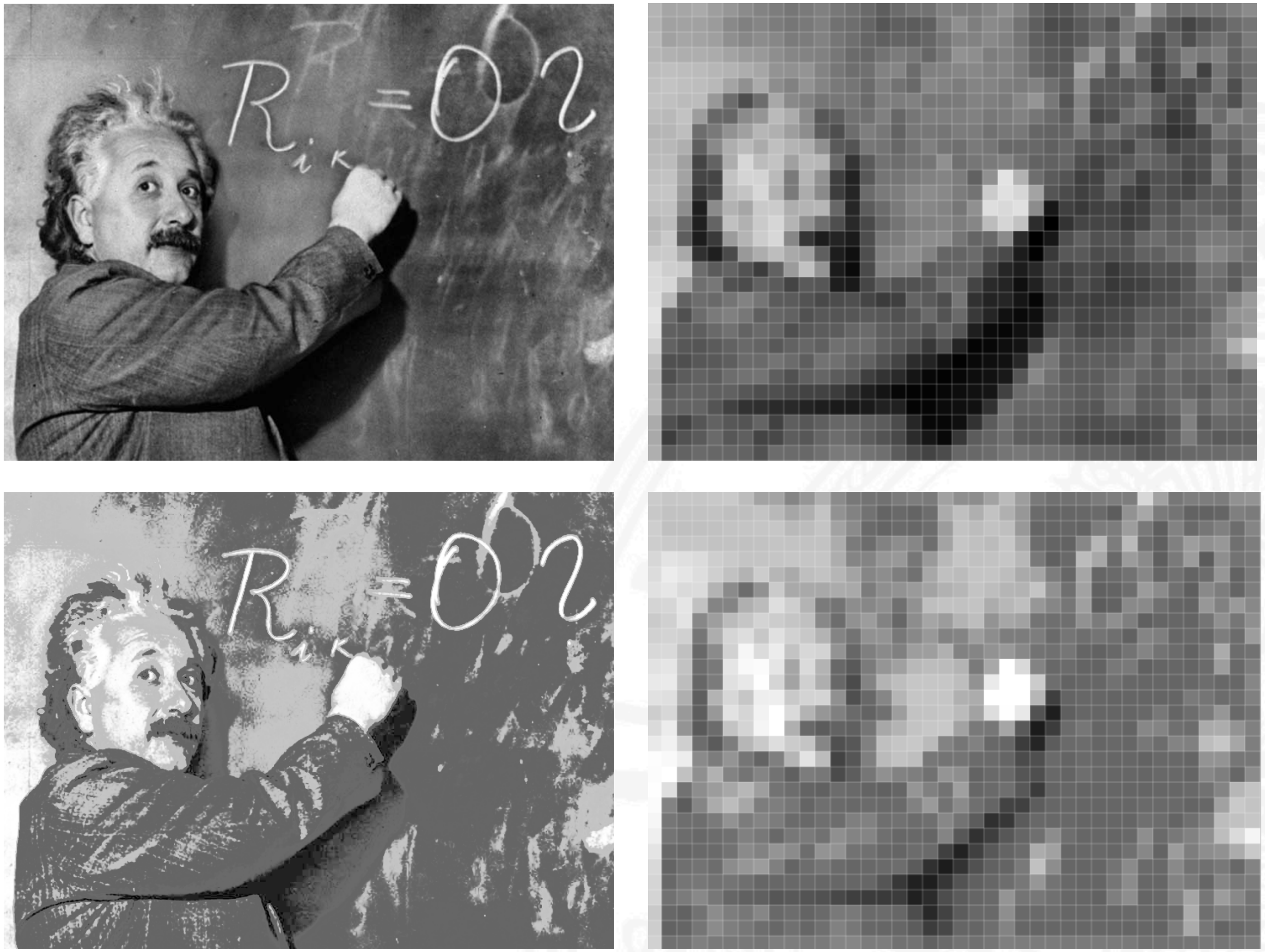


Kontinuierliche vs. diskrete Signale (2)

- Beispiele:

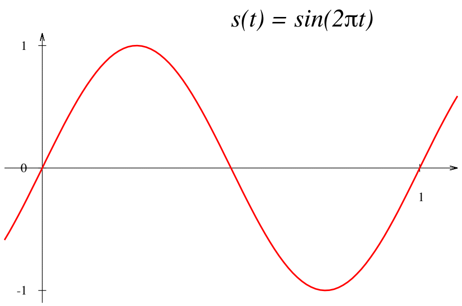


Abtastung und Quantisierung von Bildern

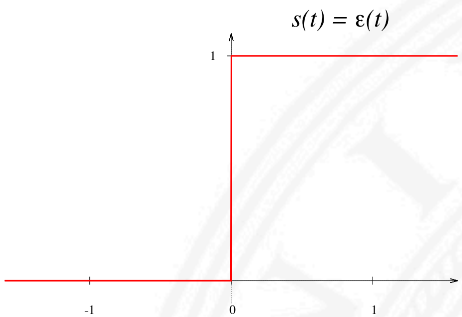


Elementarsignale...

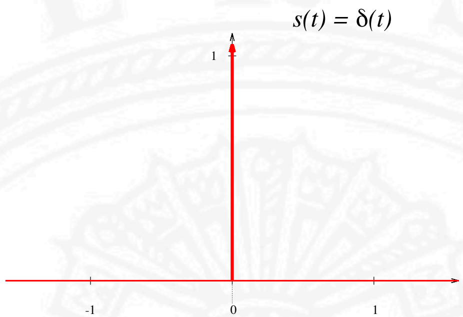
- eignen sich als Eingabe zur Charakterisierung von Systemkomponenten
- haben eine einfache Beschreibung
- können als Bestandteile beliebiger Signale verstanden werden



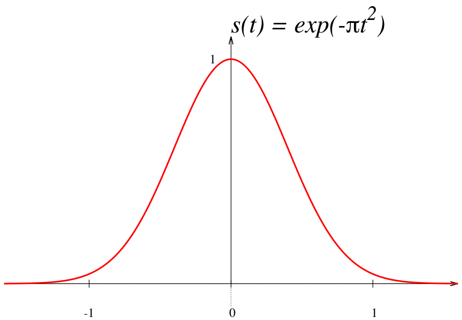
Sinus-Signal



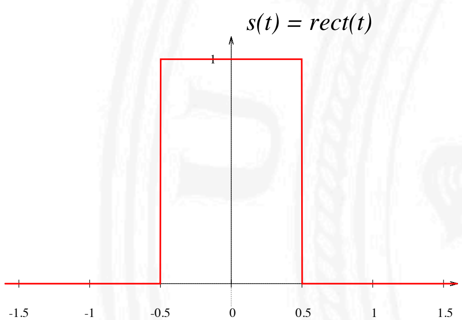
Sprungfunktion



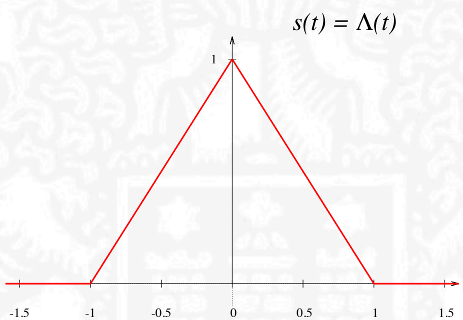
Dirac-Impuls



Gauss-Signal



Rechteckimpuls



Dreieckimpuls

Transformationen von Elementarsignalen

Skalierung eines Signals mit Faktor a:

$$s(t) \rightarrow a \cdot s(t)$$

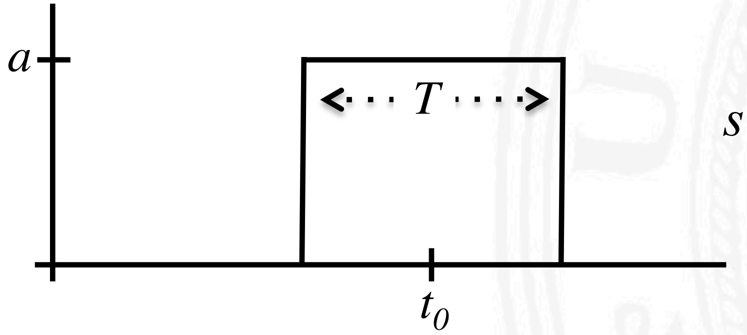
Zeitverschiebung (Verzögerung) eines Signals um t_0:

$$s(t) \rightarrow s(t - t_0)$$

Zeitliche Dehnung eines Signals um Faktor T:

$$s(t) \rightarrow s(\frac{t}{T})$$

Beispiel: Um t_0 verzögerter und skalierter Rechteckimpuls mit Dauer T:



$$s(t) \rightarrow a \cdot rect\left(\frac{t - t_0}{T}\right)$$

Lineare zeitinvariante Systeme

LTI-Systeme (engl. linear time-invariant systems) haben spezielle Eigenschaften:

1. **Linearität,** es gilt der Superpositionssatz:

$$Tr\left\{\sum_i a_i s_i(t)\right\} = \sum_i a_i Tr\left\{s_i(t)\right\} = \sum_i a_i g_i(t)$$

2. **Zeitinvarianz:**

$$Tr\{s(t)\} = g(t) \Rightarrow Tr\{s(t-t_0)\} = g(t-t_0)$$

Komponenten aus Bauelementen mit zeitunabhängigen Eigenschaften und ohne zeitabhängige Strom- und Spannungsquellen sind zeitinvariant.

Weitere Systemtypen

Ein **kausales System** reagiert auf ein Eingangssignal und antizipiert es nicht.

Technisch realisierbare Systeme sind stets kausal hinsichtlich zeitabhängiger Signale.

Ein System heißt **dynamisch**, wenn sein Ausgangssignal auch von vergangenen Werten seines Eingangssignals abhängt.

Dazu muss das System zumindest einen Speicher enthalten, z.B. eine Kapazität.

Ein System heißt **stabil**, wenn es auf beschränkte Eingabesignale stets mit beschränkten Ausgabesignalen reagiert.

Diese Forderung kann auf verschiedene Weise ausgedrückt werden:

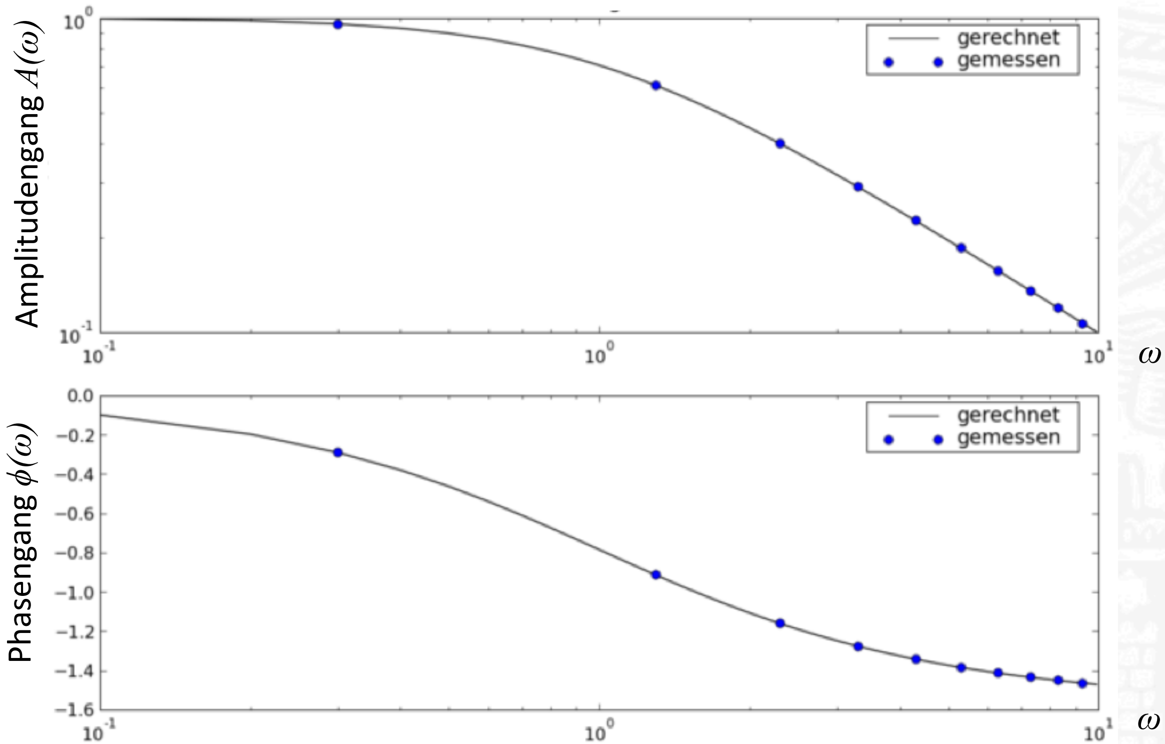
- Die Impulsantwort (s.u.) des Systems muss absolut integrierbar sein.
- BIBO = bounded-input-bounded-output

Eigenschaften von LTI-Systemen (1)

LTI-Systeme transformieren sinusförmige Eingangssignale in sinusförmige Ausgangssignale mit derselben Frequenz, aber i.A. veränderter Amplitude und Phasenlage.

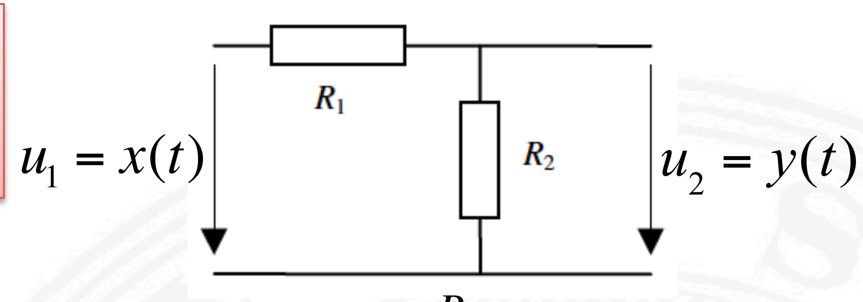
Das Verhalten von LTI-Systemen kann durch *Amplitudengang* und *Phasengang* beschrieben werden.

Bode-Diagramm für einen Tiefpass



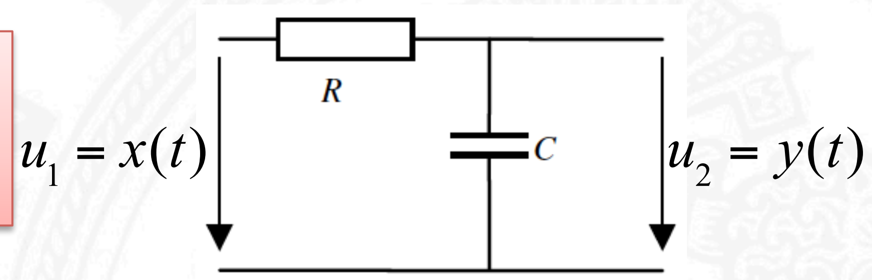
Eigenschaften von LTI-Systemen (2)

Statische LTI-Systeme werden durch algebraische Gleichungen mit konstanten und reellen Koeffizienten beschrieben.



$$y(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} x(t)$$

Dynamische LTI-Systeme werden durch lineare Differentialgleichungen mit konstanten und reellen Koeffizienten beschrieben.



$$y(t) + RC\,\dot{y}(t) = x(t)$$

Allgemeine Form:

$$a_0 y(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 \ddot{y}(t) + \ldots = b_0 x(t) + b_1 \dot{x}(t) + b_2 \ddot{x}(t) + \ldots$$

➡ Elegante Lösung durch Laplace- und Fourier-Transformation

Vorschau: Systembeschreibung mit Laplace- und Fourier-Transformation

Zeitfunktionen $x(t), y(t)$ ⇒ Bildfunktionen $X(s), Y(s)$ [Laplace] bzw.
$X(j\omega), Y(j\omega)$ [Fourier]

Ableitungen ⇒ Faktor s [Laplace] bzw.
Faktor $j\omega$ [Fourier]

Mit Laplace-Transformation:

$$a_0 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_2 s^2 Y(s) + \ldots = b_0 X(s) + b_1 s X(s) + b_2 s^2 Y(s) + \ldots$$

Übertragungsfunktion H(s) ist vollständige Beschreibung des LTI-Systems:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots}$$

Analog mit Fourier-Transformation:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_0 + b_1 j\omega + b_2 (j\omega)^2 + \ldots}{a_0 + a_1 j\omega + a_2 (j\omega)^2 + \ldots}$$

LTI-Systeme werden im Bildbereich durch einen komplexwertigen Quotienten aus zwei Polynomen in s bzw. $j\omega$ beschrieben. Beide Polynome haben reelle und konstante Koeffizienten.