



Universität Hamburg

DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

MIN-Fakultät
Fachbereich Informatik
Arbeitsbereich SAV/BV (KOGS)

Grundlagen der Signalverarbeitung und Robotik

Teil 1: Grundlagen der Signalverarbeitung

Vorlesung 1: Einführung und LTI-Systeme

H. Siegfried Stiehl

Jianwei Zhang

Vorlesung: Do 10:15 – 11:45 Uhr (Hörsaal C, Chemie)

Übung 1: Mi 10:15 – 11:45 Uhr (R. 24b IOCh, MLK 6)

Übung 2: Mi 12:15 – 13:45 Uhr (R. 261 IPhCh, Grindel 117)

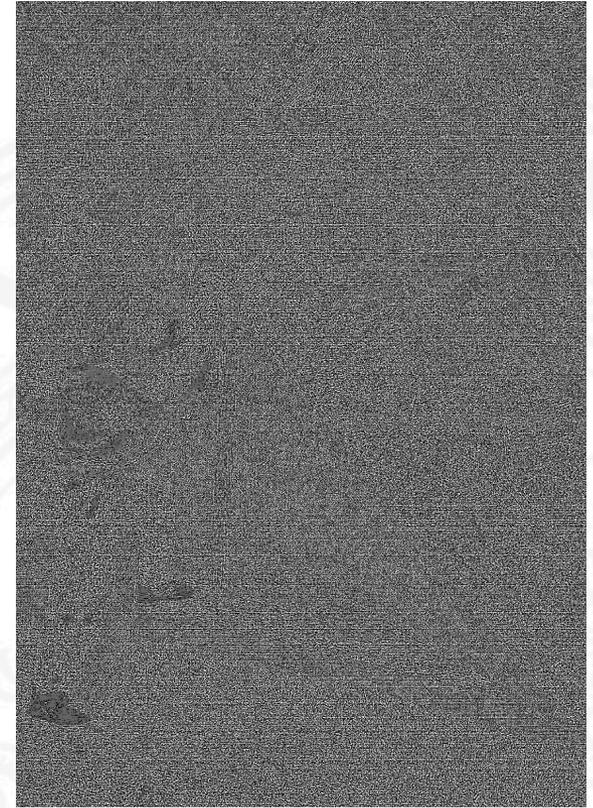
JPEG-compressed Image



original
5.8 MB



JPEG-compressed
450 KB



difference image
standard deviation of luminance
differences: 1,44

Inhalt von Teil 1 (1)

- Signale in linearen zeitinvarianten Systemen
 - Elementarsignale
 - Lineare zeitinvariante Systeme
 - Faltungsintegral
- Fourier-Transformation
 - Eigenschaften der Fourier-Transformation
 - Beispiele für Fourier-Transformationen
 - Filtern im Orts- und Frequenzbereich
- Diskrete Signale
 - Shannons Abtasttheorem, Rekonstruktion
 - Topologie erhaltende Abtastung
 - Bilddigitalisierung

Inhalt von Teil 1 (2)

- Diskrete Faltung und diskrete Fourier-Transformation
 - Schnelle Fourier-Transformation (FFT)
 - Filtern von Digitalbildern
- Digitale Bildverarbeitung
 - Bildkompression
 - Karhunen-Loève-Transformation
 - Geometrische Transformationen
- Digitale perspektivische Abbildung
 - 3D nach 2D
 - 2D nach 3D

Wahlspruch

- Dem Ingeniör ist nichts zu schwör!



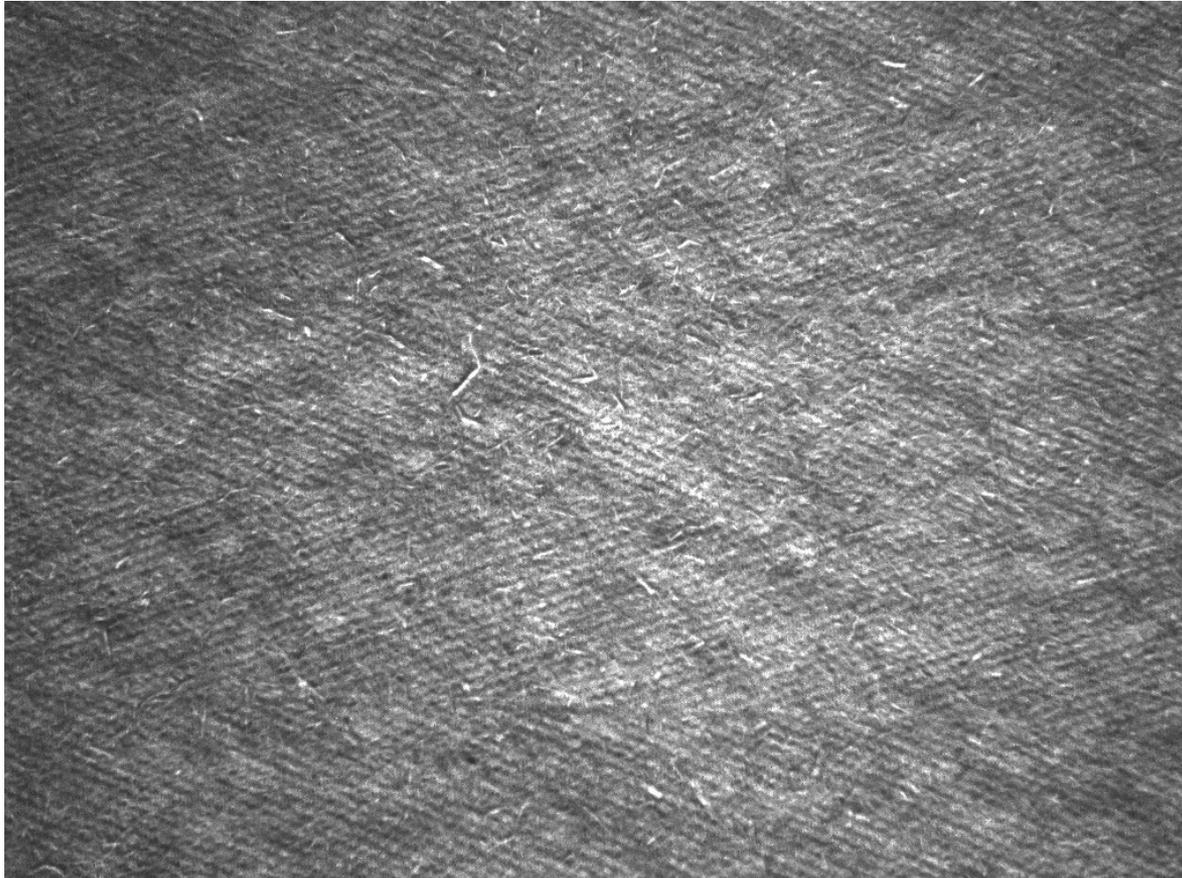
Carl Barks (Bild), Dr. Erika Fuchs (Text)
Micky Maus Heft Nr. 11, Ehapa Verlag, 1954, S. 9

Original:

"He does, huh? Well, I'll show him that Gyro Gearloose can make anything talk!"

Motivation

Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (1)

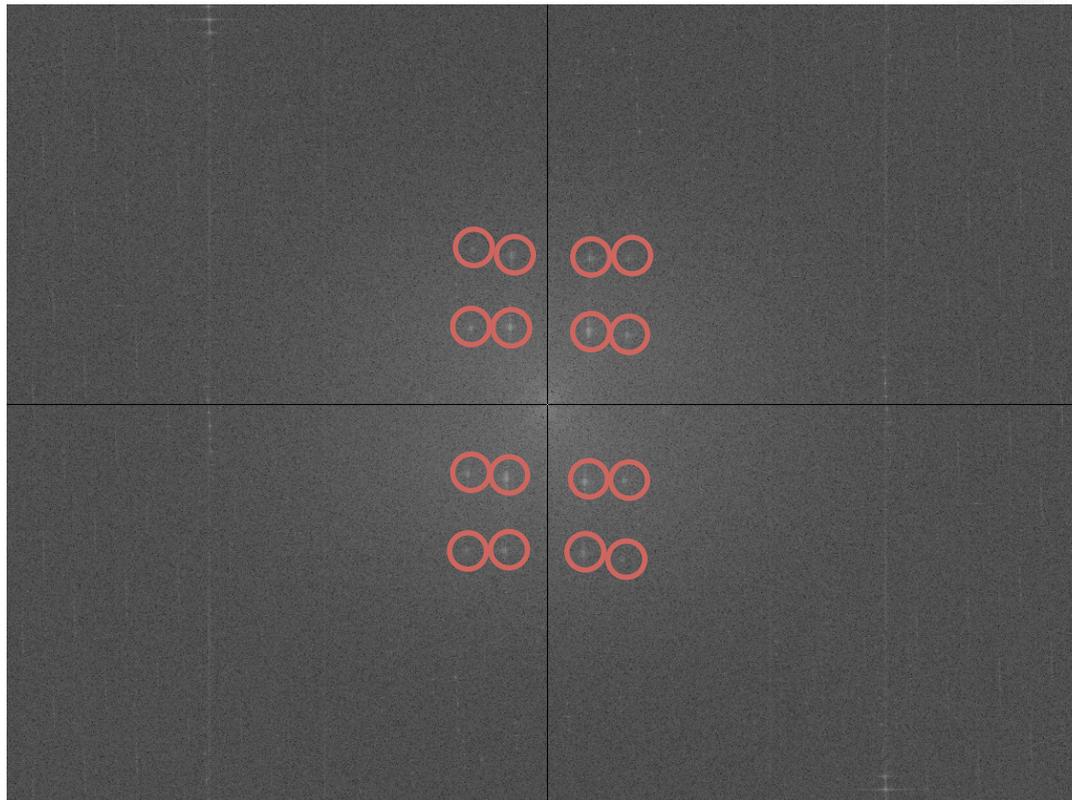


Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation

Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (2)

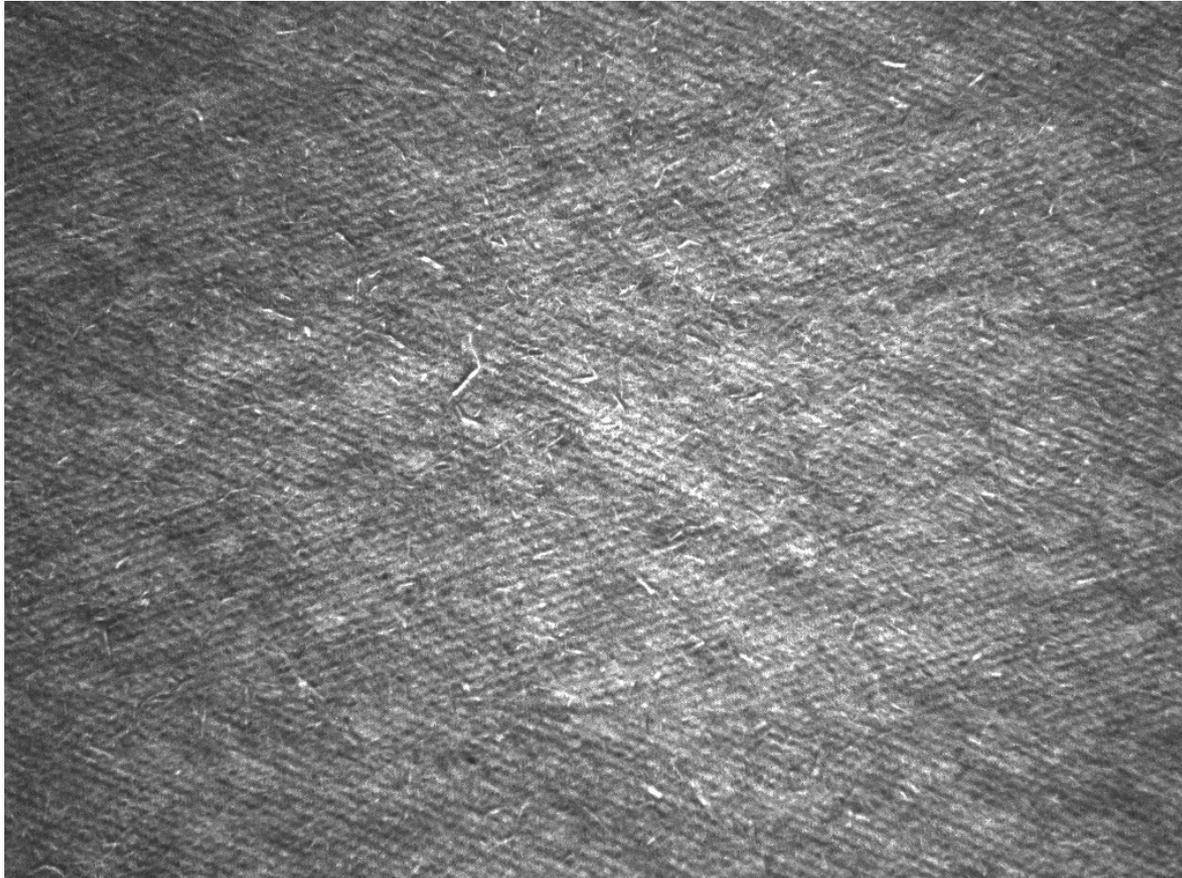
Analyse des Systemverhaltens im Frequenzraum:



Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation

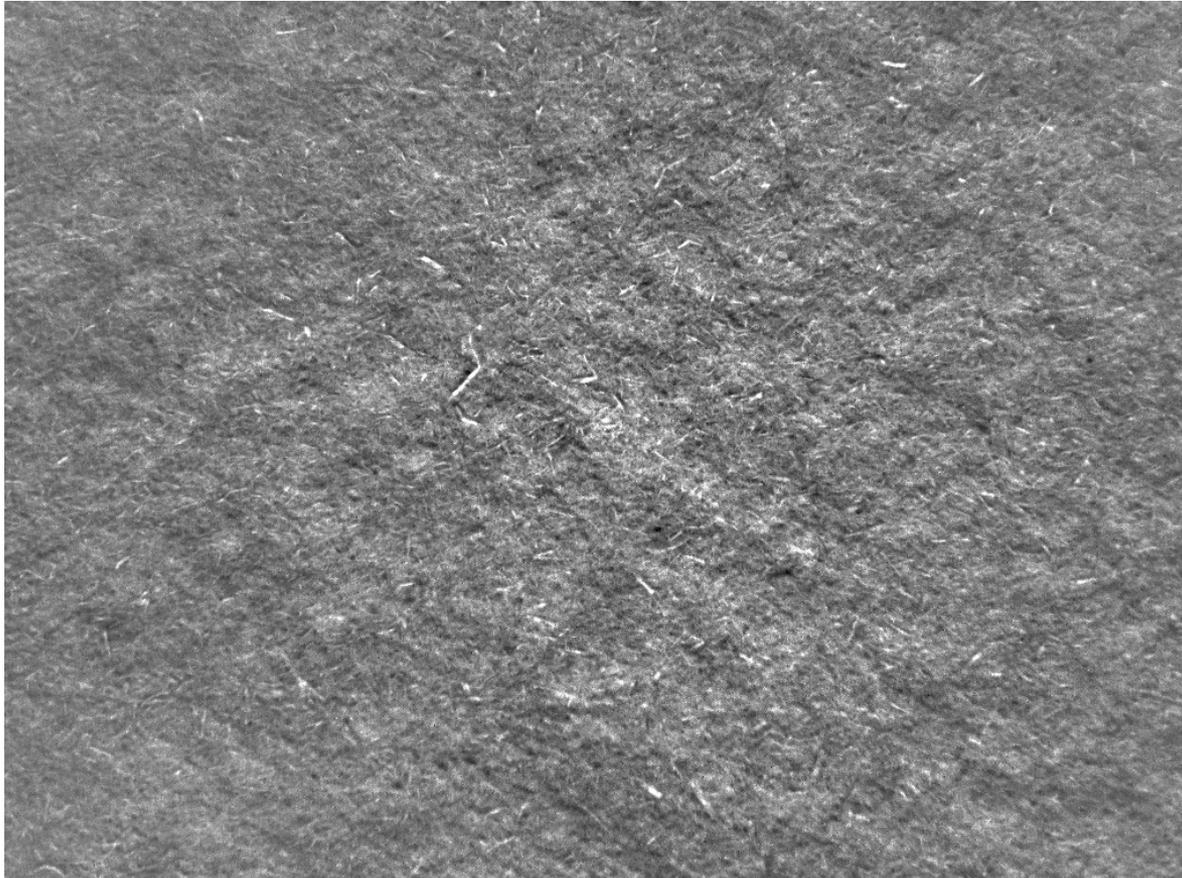
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (1)



Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation

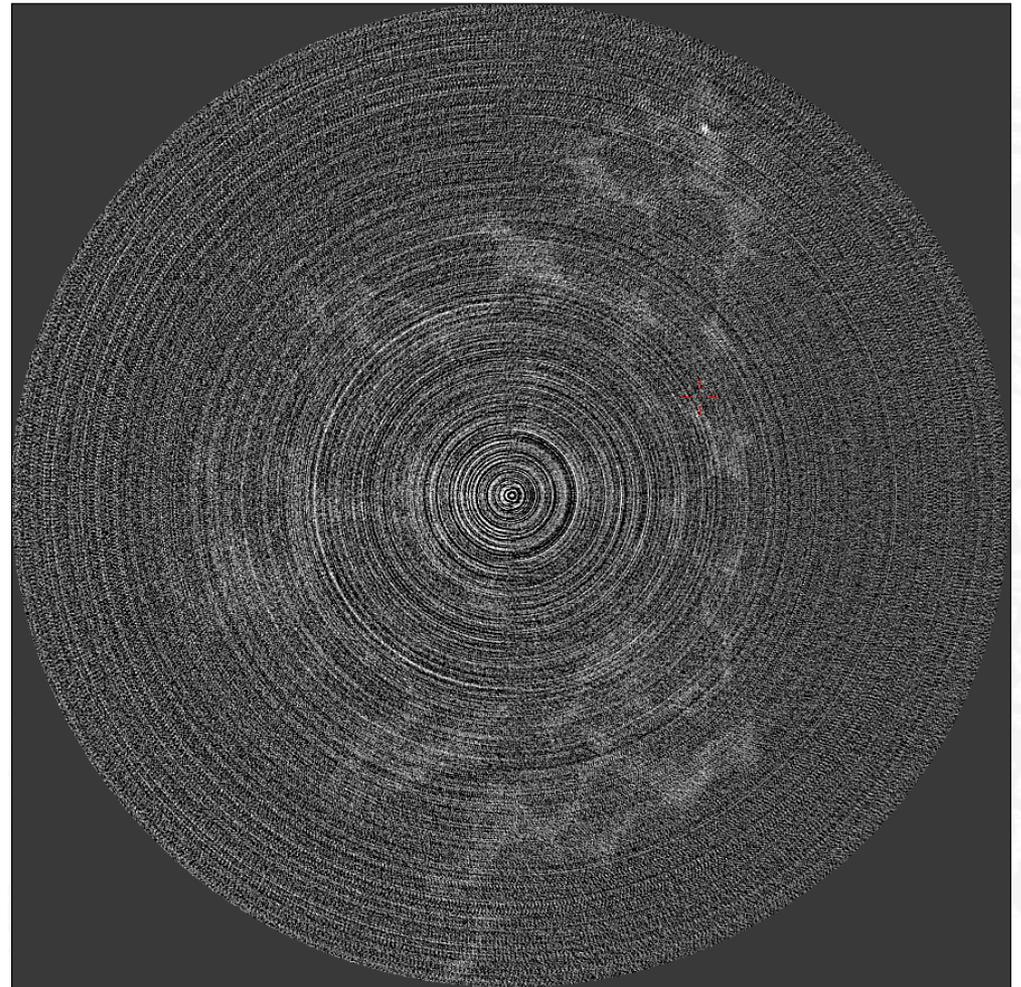
Beispiel aus der Holzwerkstoffforschung (3)



Forschungsprojekt in Zusammenarbeit mit Thünen Institut und Fa. GreCon

Motivation

Beispiel aus der Mikrotomographie (1)

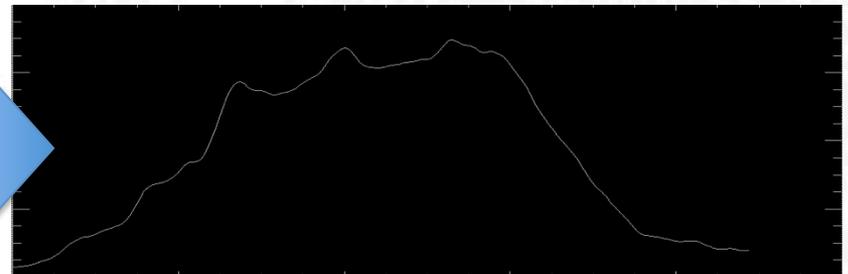
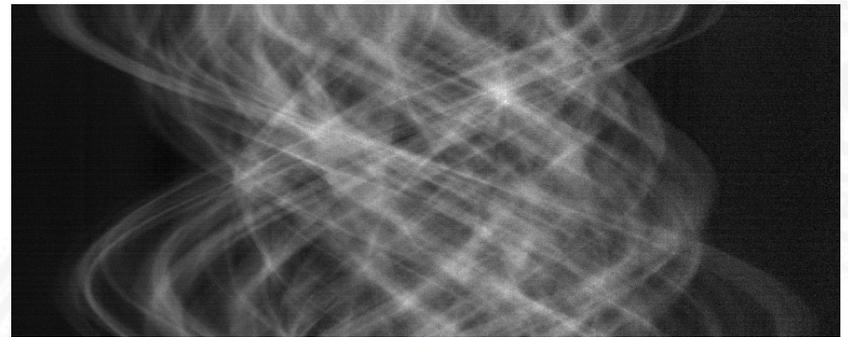
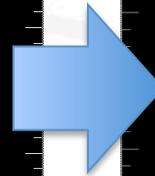
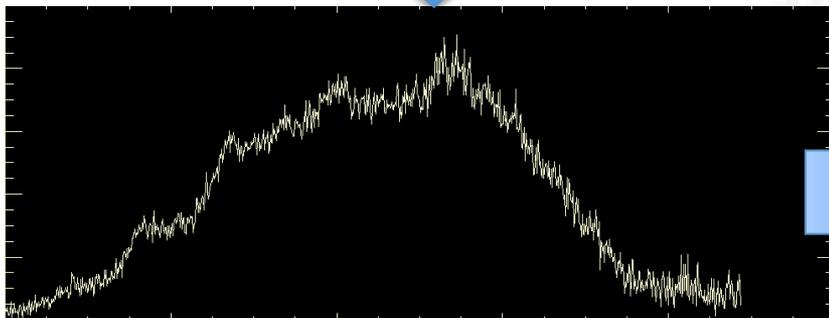
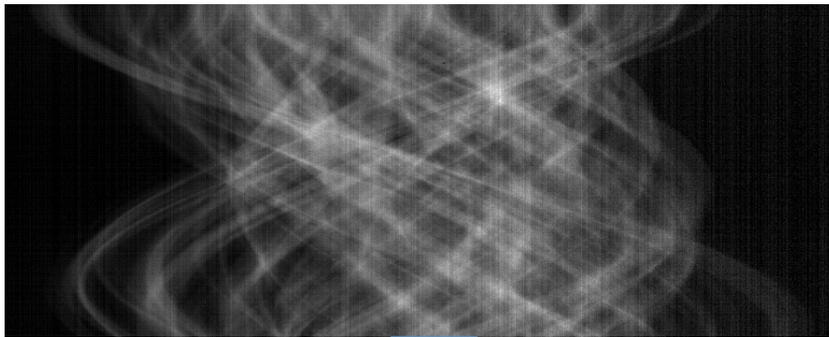


Forschungsarbeit am GKSS,
Außenstelle DESY, HASYLAB

Motivation

Beispiel aus der Mikrotomographie (2)

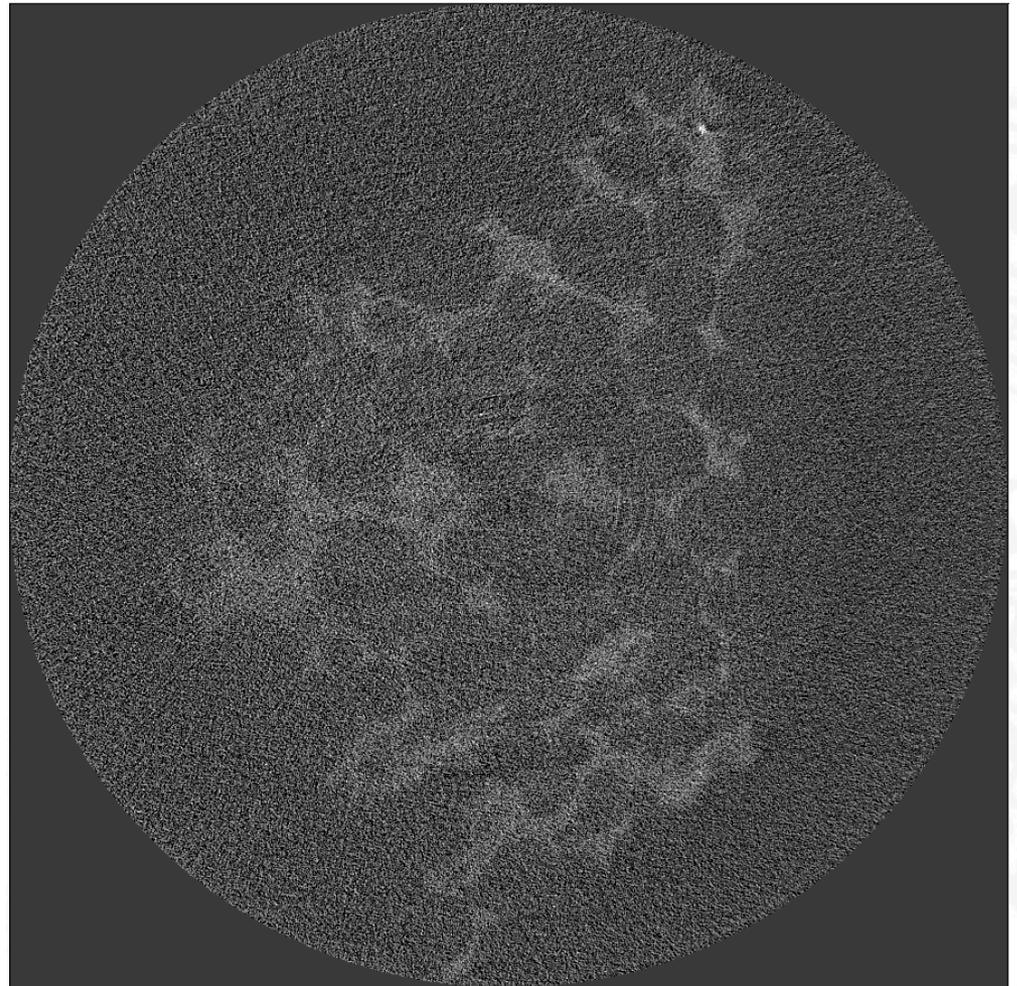
Entdeckung möglicher Fehlerquellen: Systemanalyse



Forschungsarbeit am GKSS, Außenstelle DESY, HASYLAB

Motivation

Beispiel aus der Mikrotomographie (3)



Forschungsarbeit am GKSS,
Außenstelle DESY, HASYLAB

Übungen

- Jeden Mittwoch werden Übungsaufgaben ins Netz gestellt und in der Vorlesung kurz erläutert.
- Die Übungsaufgaben müssen schriftlich bearbeitet und am Montag vor dem nächsten Übungstermin per Mail an seppke@informatik.uni-hamburg.de abgegeben werden.
- Übungen müssen in Gruppen von zwei bis drei Studierenden bearbeitet und abgegeben werden.
- In den Übungsstunden werden Lösungen von Teilnehmern vorgetragen und gemeinsam besprochen.
- Die abgegebenen Lösungen werden bewertet, für eine erfolgreiche Übungsteilnahme ist mindestens die Hälfte der maximalen Punktzahl erforderlich.
- Eine erfolgreiche Teilnahme an den Übungen ist Voraussetzung für die Zulassung zur mündlichen Modulprüfung.

Zugriff auf Materialien

- In StI Ne unter der Vorlesung finden Sie:
 - aktuelle Nachrichten,
 - Folienkopien,
 - Übungsblätter und
 - andere nützliche Angaben
- Aktualisierung jeden Dienstag
- Neue Übungsblätter jeden Mittwoch, dann auch Vorbesprechung in den Gruppen

Was sind Signale?

"Signale stellen die materielle Realisierung von Informationen dar. Sie haben einen Informationsgehalt, dargestellt durch den Verlauf bzw. die Änderung von informationstragenden Parametern. Die physikalische Größe, von der das Signal getragen wird, heißt Signalträger."

Woshni, Informationstechnik, Verlag Technik, 1988

"Ein Signal ist ein physikalisches Phänomen, dessen Vorhandensein oder Änderung als Darstellung von Informationen angesehen wird."

DN 40146-1: Nachrichtenübertragung, 1994

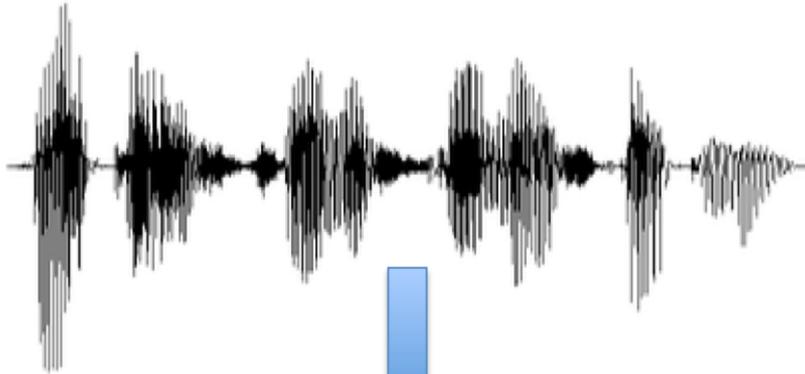
Viele physikalische Größen:

- Spannung
- Schalldruck
- Lichtintensität
- Lichtfrequenz
- Temperatur
- ...

Von einer physikalischen Größe abstrahierende Repräsentationsformen:

- mathematische Funktion
- Kurvenverlauf, Grafik, Diagramm
- Zahlenreihe, Zahlenfeld
- ...

Signal, Nachricht, Information



Signal

Signale können mit verschiedenen Trägern übermittelt werden



"heute ist schönes Frühlingswetter"

Nachricht

Nachrichten werden durch Zeichen oder Symbole dargestellt



leider keine Information für den Empfänger

Informationsgehalt hängt vom "Überraschungsgrad" des Nachrichtempfängers ab

Von Signalen zur Bedeutung



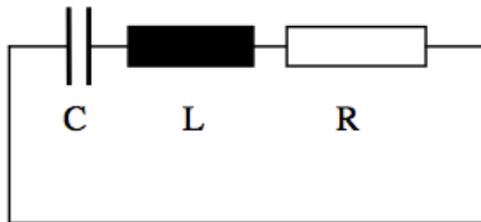
Müllabfuhr und Briefträger
bei der Arbeit

- Signalverarbeitung kann zahlreiche komplexe Teilprozesse mit wechselnden Repräsentationen umfassen
- Wir behandeln hier vorwiegend allgemein verwendbare Grundformen der Signalverarbeitung und ihre Gesetzmäßigkeiten

➡ mathematische Abstraktionen

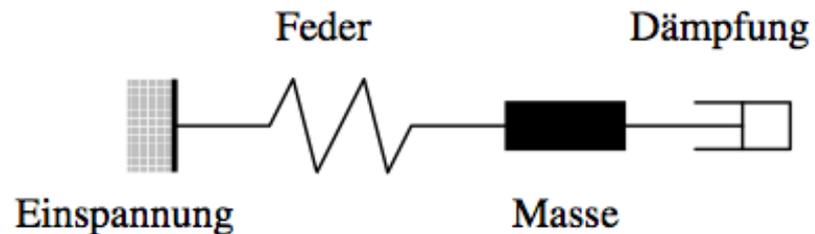
Signalverarbeitung in Systemen

Die formale, abstrahierende Beschreibung von Signalverarbeitung ermöglicht die Analyse und Synthese von verschiedenen Anwendungssystemen mit denselben Mitteln.



**gedämpfter elektrischer
Serienschwingkreis**

$$L \cdot \ddot{i} + R \cdot \dot{i} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$



**gedämpfter
mechanischer Schwinger**

$$m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = 0$$

Überführung der Gleichungen ineinander mit $L \Leftrightarrow m$, $R \Leftrightarrow b$, $c \Leftrightarrow 1/C$, $i \Leftrightarrow x$

Systemtheorie liefert z.B. Kriterien für die Stabilität eines Schwingkreises unabhängig von seiner physikalischen Realisierung.

Erklärungsanspruch der Systemtheorie

Wurzeln:

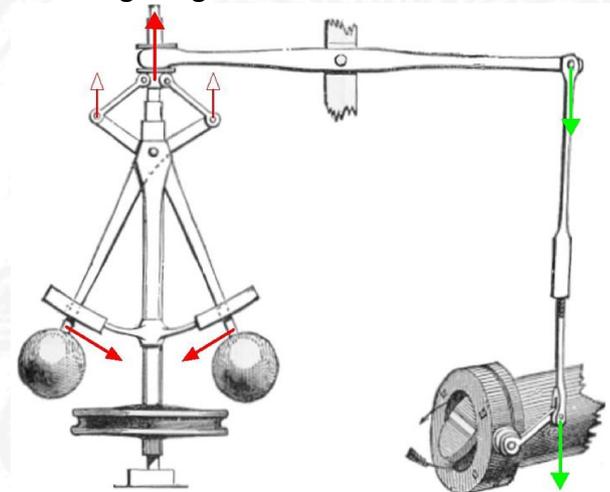
- Regelungstechnik: Regelungsvorgänge in technischen Systemen
- Kybernetik: Vergleichende Betrachtung von Gesetzmäßigkeiten in technischen, biologischen und soziologischen Systemen

Norbert Wiener (1894 – 1964) begründete die Kybernetik:

"Wir haben beschlossen, das ganze Gebiet der Regelung und Nachrichtentheorie, ob in der Maschine oder im Tier, mit dem Namen 'Kybernetik' zu benennen ..."

N. Wiener: *Cybernetics or Control and Communication in the Animal and the Machine*. 1. Auflage 1948
Deutsche Ausgabe: *Kybernetik-Regelung und Maschine*. Rowohlt 1963

κυβερνητής = Steuermann \approx governor \approx Regler

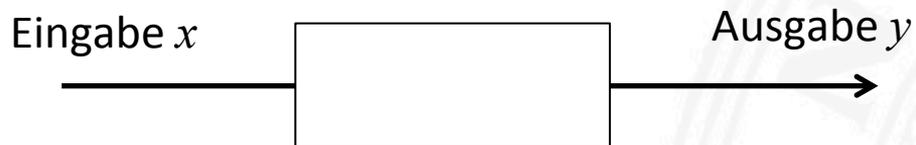


Verhaltensbeschreibung

System(komponenten) werden durch Eingabe-Ausgabe-Verhalten als Black Box oder White Box beschrieben:



Innere Struktur nicht bekannt, abstrakte Verhaltensmodelle
(nützlich für Verhaltensanalyse komplexer Systeme)



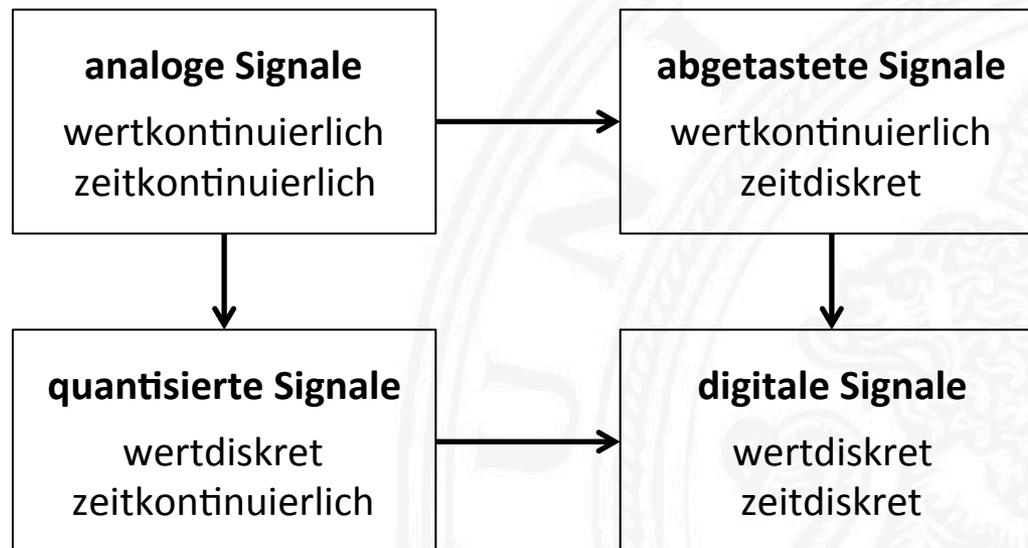
Verhalten ergibt sich aus Kenntnissen der inneren Struktur
(nützlich für Abstraktion von bekanntem Detail)

x und y werden häufig als "Zeitfunktion" $x(t)$ und $y(t)$ beschrieben
Die Transformation durch eine Komponente ist $y(t) = Tr\{x(t)\}$

Kontinuierliche vs. diskrete Signale (1)

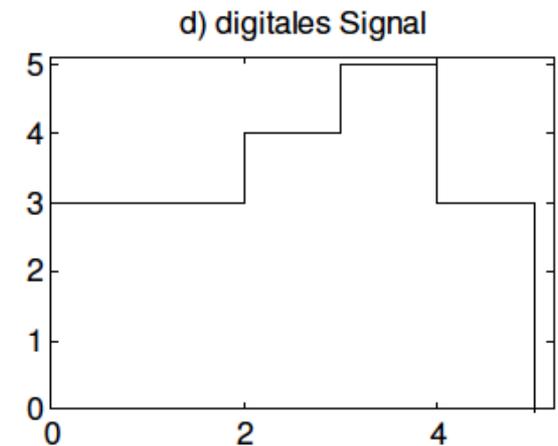
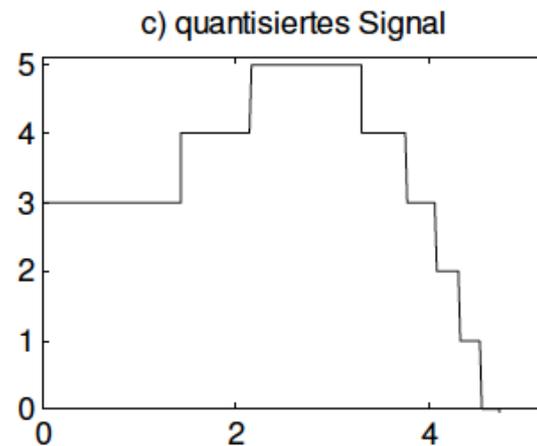
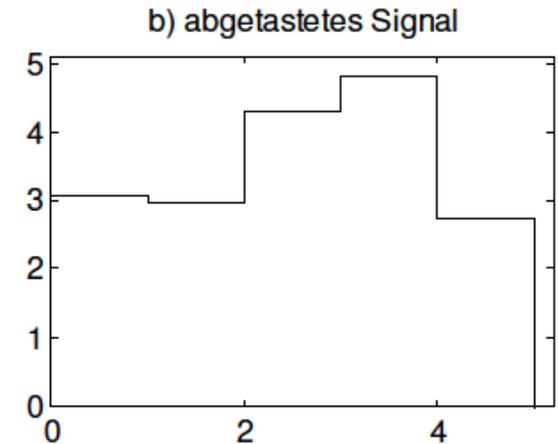
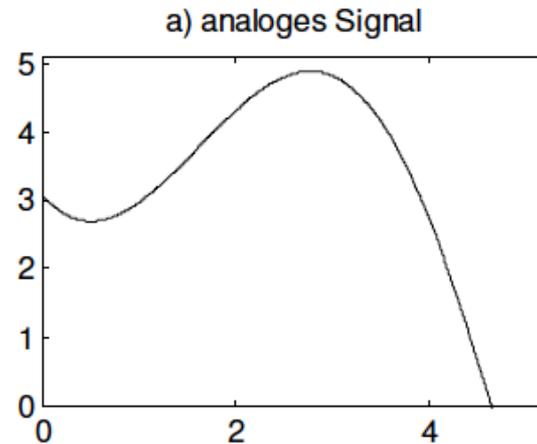
Kontinuierlich: zu jedem Zeitpunkt definiert, kann jede Stelle im Wertebereich annehmen \Rightarrow Definitions- und Wertebereich entsprechen reellen Zahlen

Diskret oder quantisiert: Signal kann nur bestimmte Stellen im Zeitbereich ("zeitdiskret") oder Wertebereich ("wertediskret") einnehmen

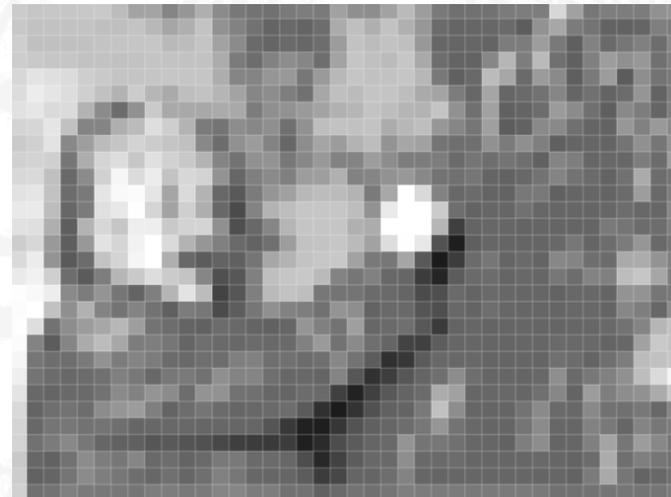
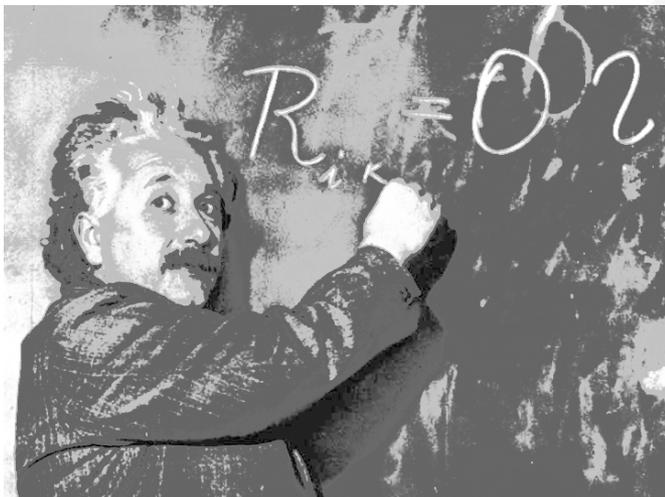
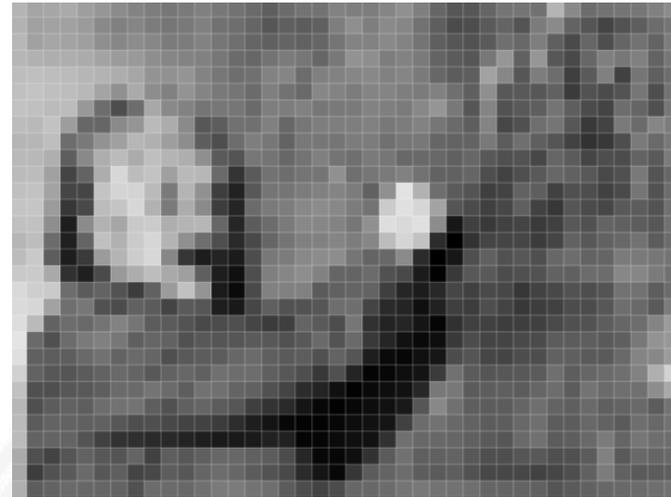
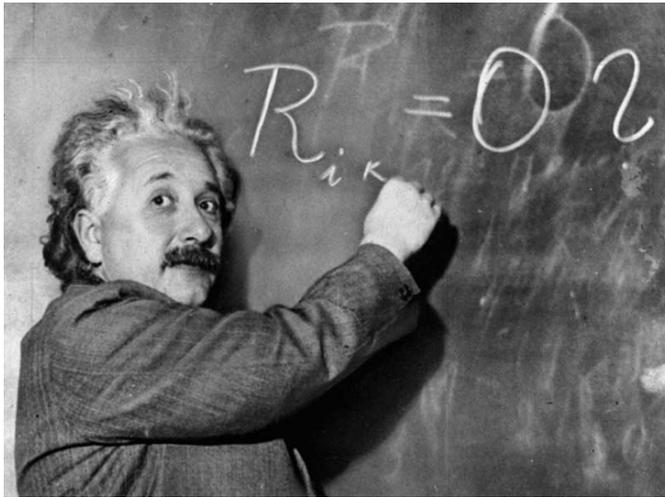


Kontinuierliche vs. diskrete Signale (2)

- Beispiele:

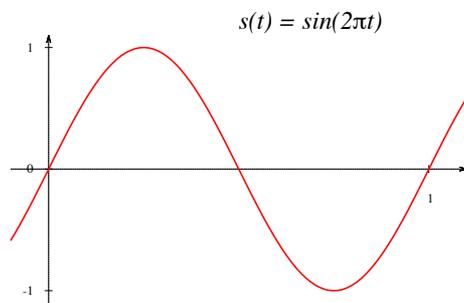


Abtastung und Quantisierung von Bildern

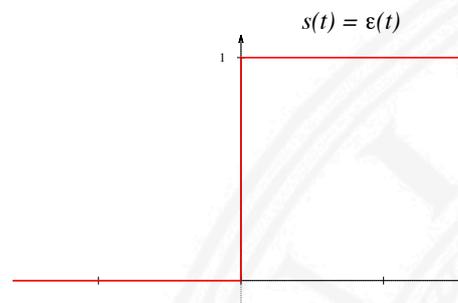


Elementarsignale...

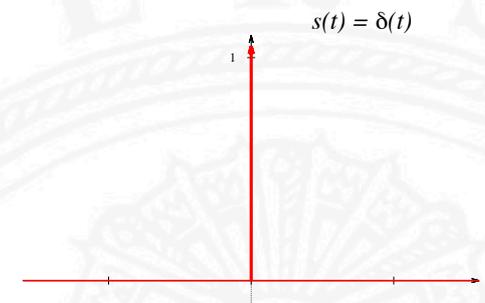
- eignen sich als Eingabe zur Charakterisierung von Systemkomponenten
- haben eine einfache Beschreibung
- können als Bestandteile beliebiger Signale verstanden werden



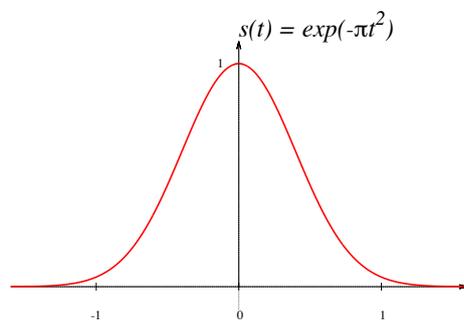
Sinus-Signal



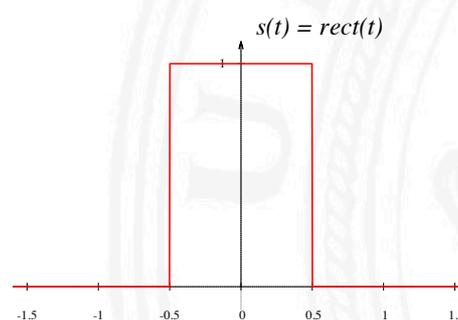
Sprungfunktion



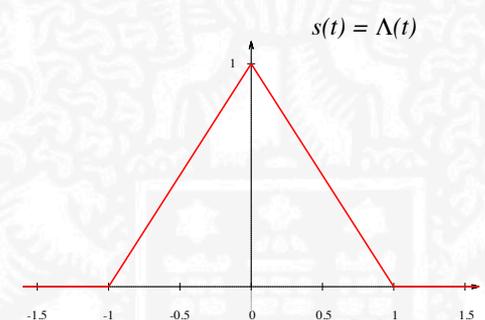
Dirac-Impuls



Gauss-Signal



Rechteckimpuls



Dreieckimpuls

Transformationen von Elementarsignalen

Skalierung eines Signals mit Faktor a :

$$s(t) \rightarrow a \cdot s(t)$$

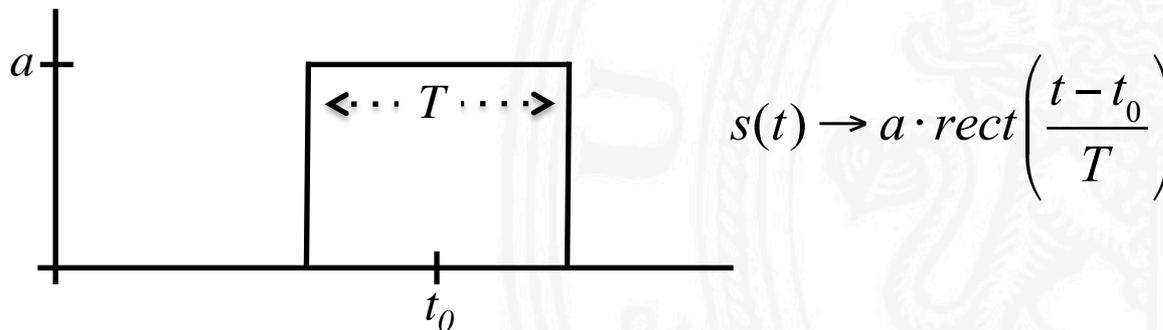
Zeitverschiebung (Verzögerung) eines Signals um t_0 :

$$s(t) \rightarrow s(t - t_0)$$

Zeitliche Dehnung eines Signals um Faktor T :

$$s(t) \rightarrow s\left(\frac{t}{T}\right)$$

Beispiel: Um t_0 verzögerter und skaliertes Rechteckimpuls mit Dauer T :



Lineare zeitinvariante Systeme

LTI-Systeme (engl. linear time-invariant systems) haben spezielle Eigenschaften:

1. Linearität, es gilt der Superpositionssatz:

$$\text{Tr}\left\{\sum_i a_i s_i(t)\right\} = \sum_i a_i \text{Tr}\{s_i(t)\} = \sum_i a_i g_i(t)$$

2. Zeitinvarianz:

$$\text{Tr}\{s(t)\} = g(t) \Rightarrow \text{Tr}\{s(t-t_0)\} = g(t-t_0)$$

Komponenten aus Bauelementen mit zeitunabhängigen Eigenschaften und ohne zeitabhängige Strom- und Spannungsquellen sind zeitinvariant.

Weitere Systemtypen

Ein **kausales System** reagiert auf ein Eingangssignal und antizipiert es nicht.

Technisch realisierbare Systeme sind stets kausal hinsichtlich zeitabhängiger Signale.

Ein System heißt **dynamisch**, wenn sein Ausgangssignal auch von vergangenen Werten seines Eingangssignals abhängt.

Dazu muss das System zumindest einen Speicher enthalten, z.B. eine Kapazität.

Ein System heißt **stabil**, wenn es auf beschränkte Eingabesignale stets mit beschränkten Ausgabesignalen reagiert.

Diese Forderung kann auf verschiedene Weise ausgedrückt werden:

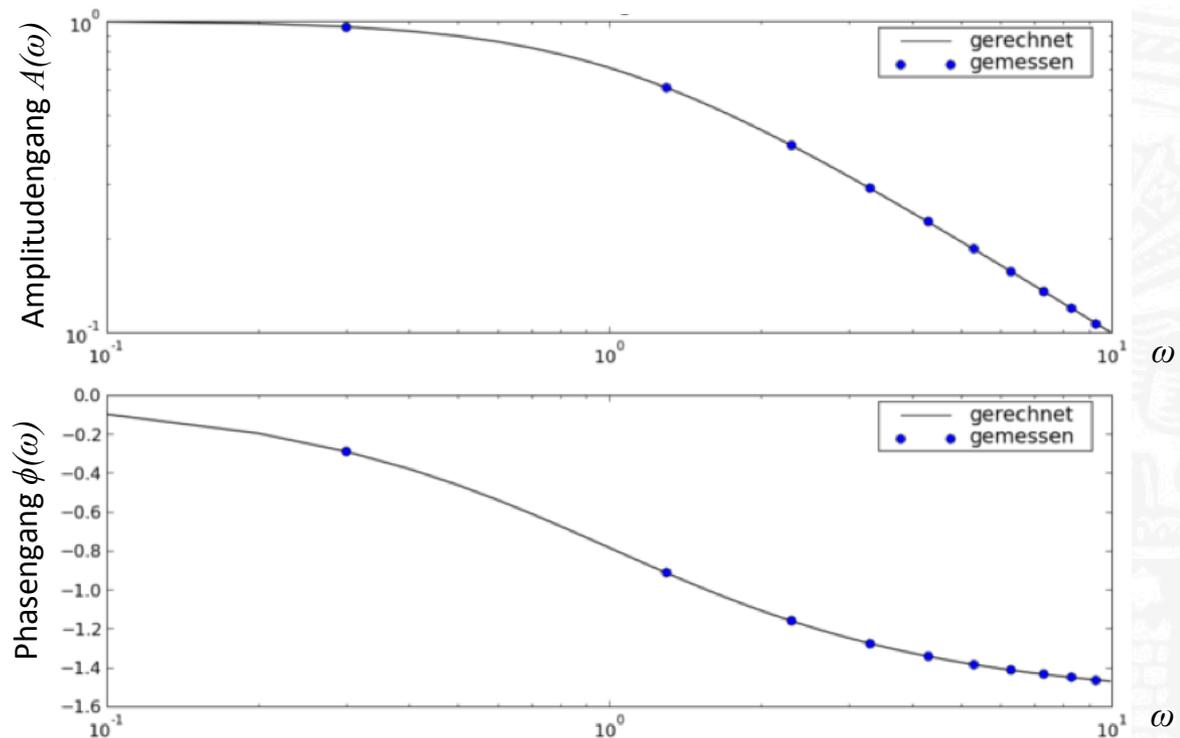
- Die Impulsantwort (s.u.) des Systems muss absolut integrierbar sein.
- BIBO = bounded-input-bounded-output

Eigenschaften von LTI-Systemen (1)

LTI-Systeme transformieren sinusförmige Eingangssignale in sinusförmige Ausgangssignale mit derselben Frequenz, aber i.A. veränderter Amplitude und Phasenlage.

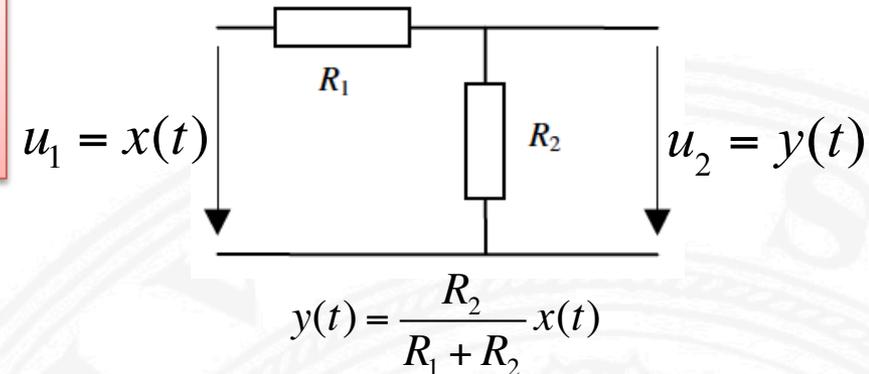
Das Verhalten von LTI-Systemen kann durch *Amplitudengang* und *Phasengang* beschrieben werden.

Bode-Diagramm für einen Tiefpass

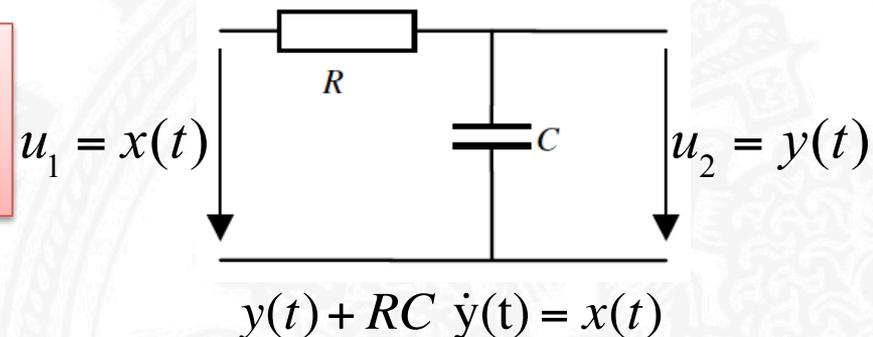


Eigenschaften von LTI-Systemen (2)

Statische LTI-Systeme werden durch algebraische Gleichungen mit konstanten und reellen Koeffizienten beschrieben.



Dynamische LTI-Systeme werden durch lineare Differentialgleichungen mit konstanten und reellen Koeffizienten beschrieben.



Allgemeine Form:

$$a_0 y(t) + a_1 \dot{y}(t) + a_2 \ddot{y}(t) + \dots = b_0 x(t) + b_1 \dot{x}(t) + b_2 \ddot{x}(t) + \dots$$

➡ Elegante Lösung durch Laplace- und Fourier-Transformation

Vorschau: Systembeschreibung mit Laplace- und Fourier-Transformation

Zeitfunktionen $x(t), y(t)$ \Rightarrow Bildfunktionen $X(s), Y(s)$ [Laplace] bzw.
 $X(j\omega), Y(j\omega)$ [Fourier]

Ableitungen (z.B. d/dt) \Rightarrow Faktor s [Laplace] bzw.
Faktor $j\omega$ [Fourier]

Bsp. Laplace-Transformation:

$$a_0Y(s) + a_1sY(s) + a_2s^2Y(s) + \dots = b_0X(s) + b_1sX(s) + b_2s^2X(s) + \dots$$

Übertragungsfunktion $H(s)$ ist vollständige Beschreibung des LTI-Systems:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots}$$

Analog mit Fourier-Transformation:

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{b_0 + b_1j\omega + b_2(j\omega)^2 + \dots}{a_0 + a_1j\omega + a_2(j\omega)^2 + \dots}$$

LTI-Systeme werden im Bildbereich durch einen komplexwertigen Quotienten aus zwei Polynomen in s bzw. $j\omega$ beschrieben. Beide Polynome haben reelle und konstante Koeffizienten.