

Crust

Tim Janz

Inhalt

- Motivation
- Definitionen
 - Mittelachse
 - Voronoi-Diagramm
 - Delaunay-Triangulation
- Crust-Algorithmus
 - Zweidimensional
 - Dreidimensional
- Quellen

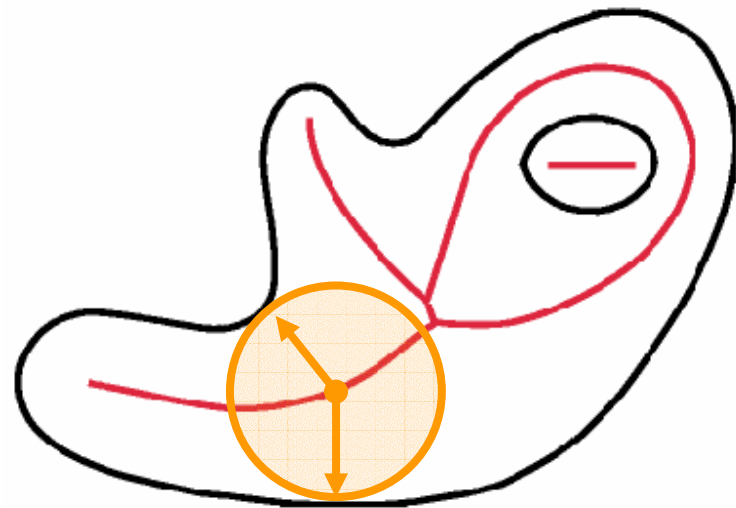
Motivation

- Oberflächenrekonstruktion aus Punktwolken
- Verbindung jeder nebeneinander liegenden Punkte der Punktwolke entlang der Kurve (des Körpers) und keiner anderen
- Kleine Abtastdichte bei Bereichen mit wenig Details
- Beweisbare Beziehung zwischen Originalkörper und rekonstruiertem Körper

Mittelachse

Definition: Die Mittelachse (Medial Axis) einer Kurve F ist die Menge aller Punkte, die zwei oder mehr am Nächste liegende Punkte auf F haben.

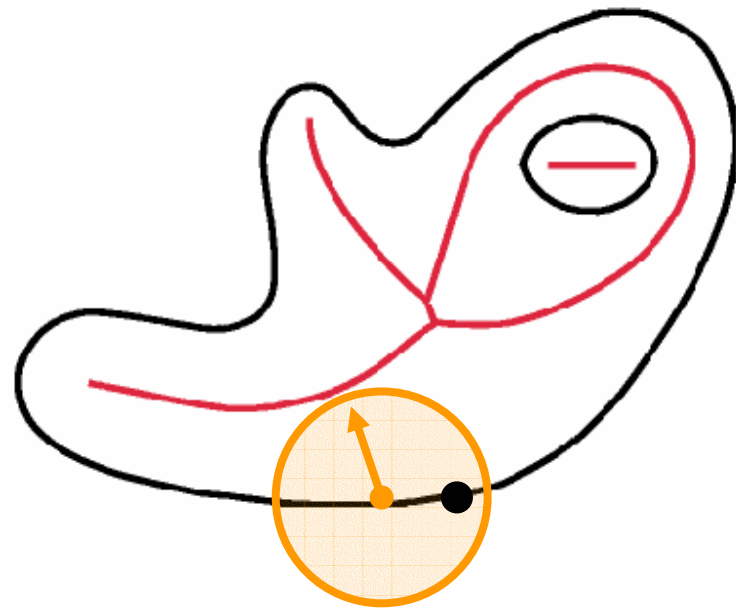
Der leere Kreis berührt F in minimal zwei Punkten.



Mittelachse

Die **lokale Featuregröße** $LFS(p)$ von einem Punkt p der Kurve F ist der Abstand zum nächsten Punkt der Mittelachse.

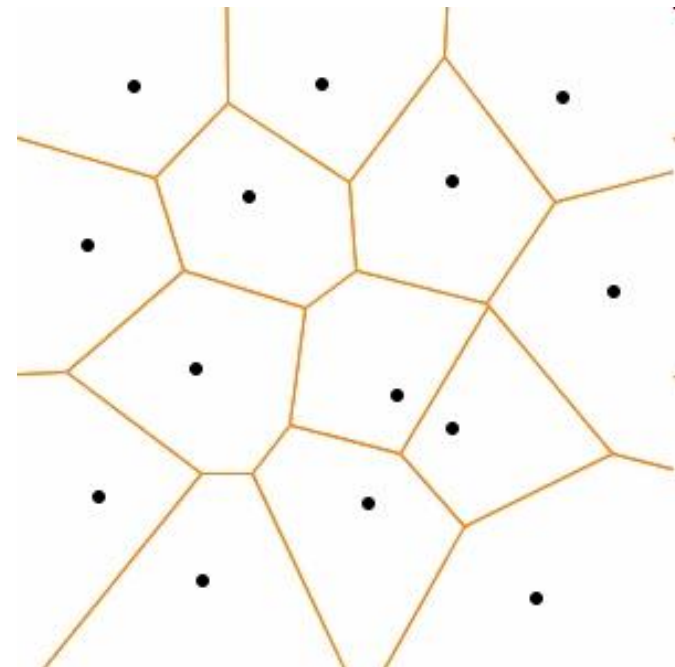
Eine Abtastung von Punkten der Kurve F heißt **r-sample** wenn kein Punkt p weiter als $r * LFS(p)$ von den Punkten aus S entfernt liegt.



Voronoi-Diagramm

Definition: Ein Voronoi-Diagramm besteht aus dem gesamten Raum abzüglich der Voronoi-Regionen, welche aus allen Punkten bestehen, die näher am korrespondierenden Zentrum liegen als an allen anderen Zentren.

Es bilden also die Grenzen der Regionen das Voronoi-Diagramm.

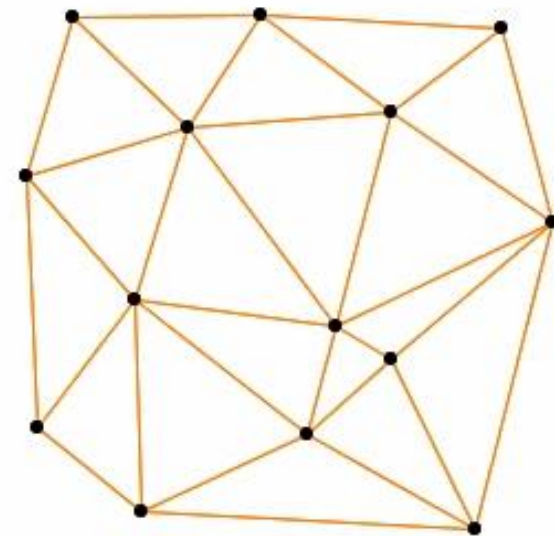


Delaunay-Triangulation

Mit dem Verfahren der Delaunay-Triangulation werden Punkte so geschickt zu Dreiecken vernetzt, dass innerhalb des Kreises, auf dem die drei Dreieckspunkte liegen, keine anderen Punkte enthalten sind.

Die Delaunay-Triangulierung ist der duale Graph des Voronoi-Diagramms.

→ Das Voronoi-Diagramm eines Voronoi-Diagramms ist das Delaunay-Diagramm

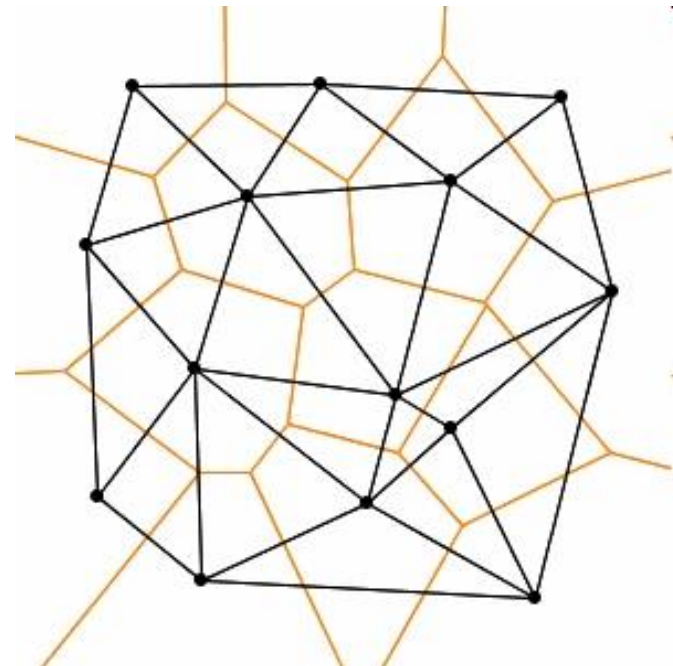


Delaunay-Triangulation

Mit dem Verfahren der Delaunay-Triangulation werden Punkte so geschickt zu Dreiecken vernetzt, dass innerhalb des Kreises, auf dem die drei Dreieckspunkte liegen, keine anderen Punkte enthalten sind.

Die Delaunay-Triangulierung ist der duale Graph des Voronoi-Diagramms.

→ Das Voronoi-Diagramm eines Voronoi-Diagramms ist das Delaunay-Diagramm



Crust-Algorithmus (2D)

Definition: Der *Crust* (dt. Kruste, Rinde) ist ein Graph einer Punktmenge S . Eine Kante e gehört zum *Crust*, wenn e einen Umkreis, leer von anderen Punkten aus S und leer von Voronoi-Knoten von S hat.

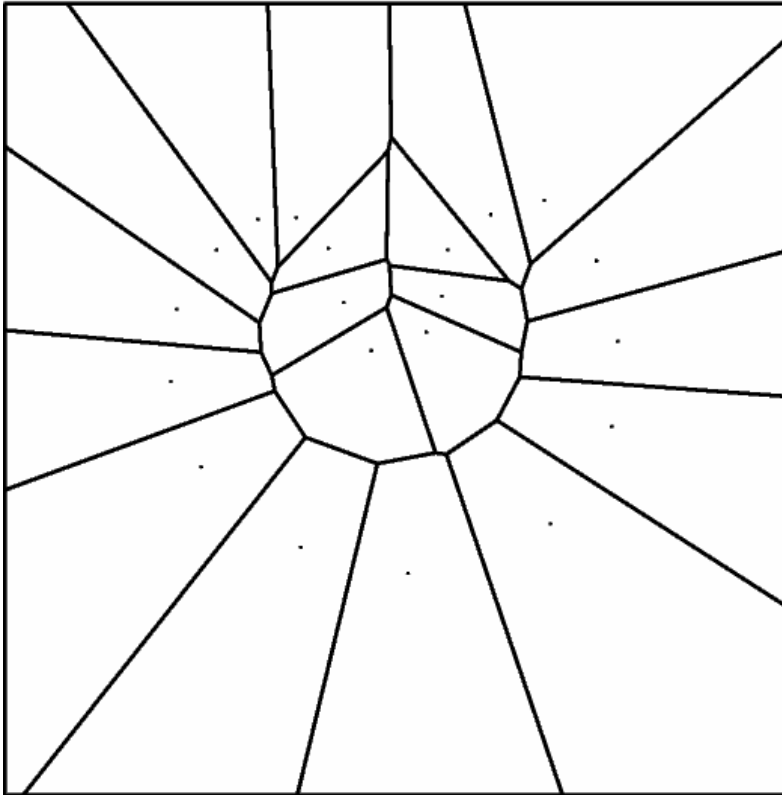
$S :=$ Punktwolke

$V :=$ Knoten des Voronoi-Diagramms von S

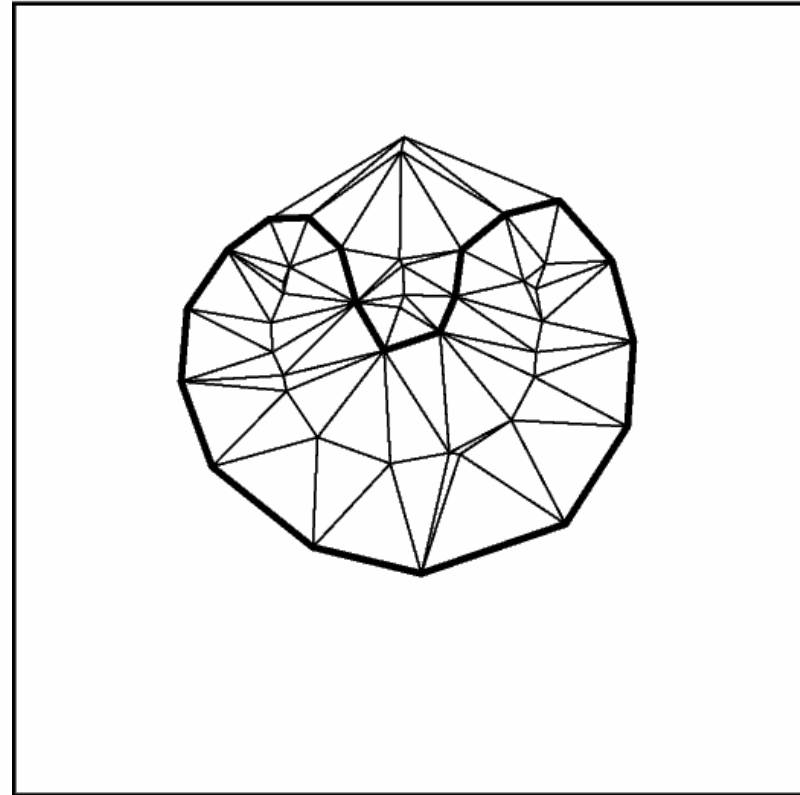
$S' :=$ Delaunay-Triangulation von $S \cup V$

Crust := Alle Kanten aus S' deren Eckpunkte in S sind

Crust-Algorithmus (2D)



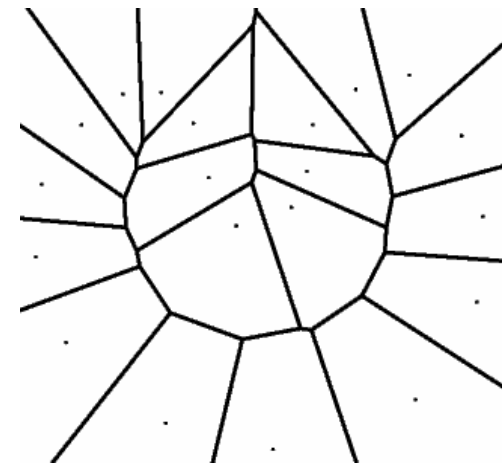
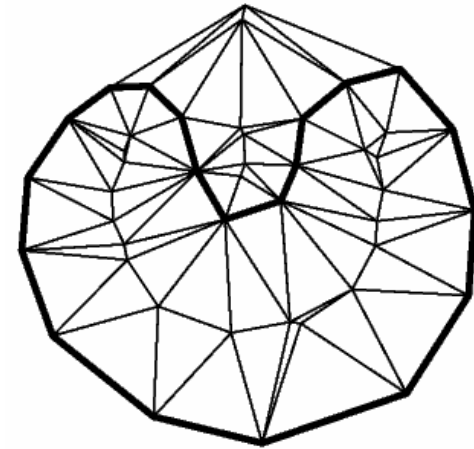
Voronoi-Diagramm von S



Delaunay-Triangulation von $S \cup V$
und *Crust* (Fett)

Crust-Algorithmus (2D)

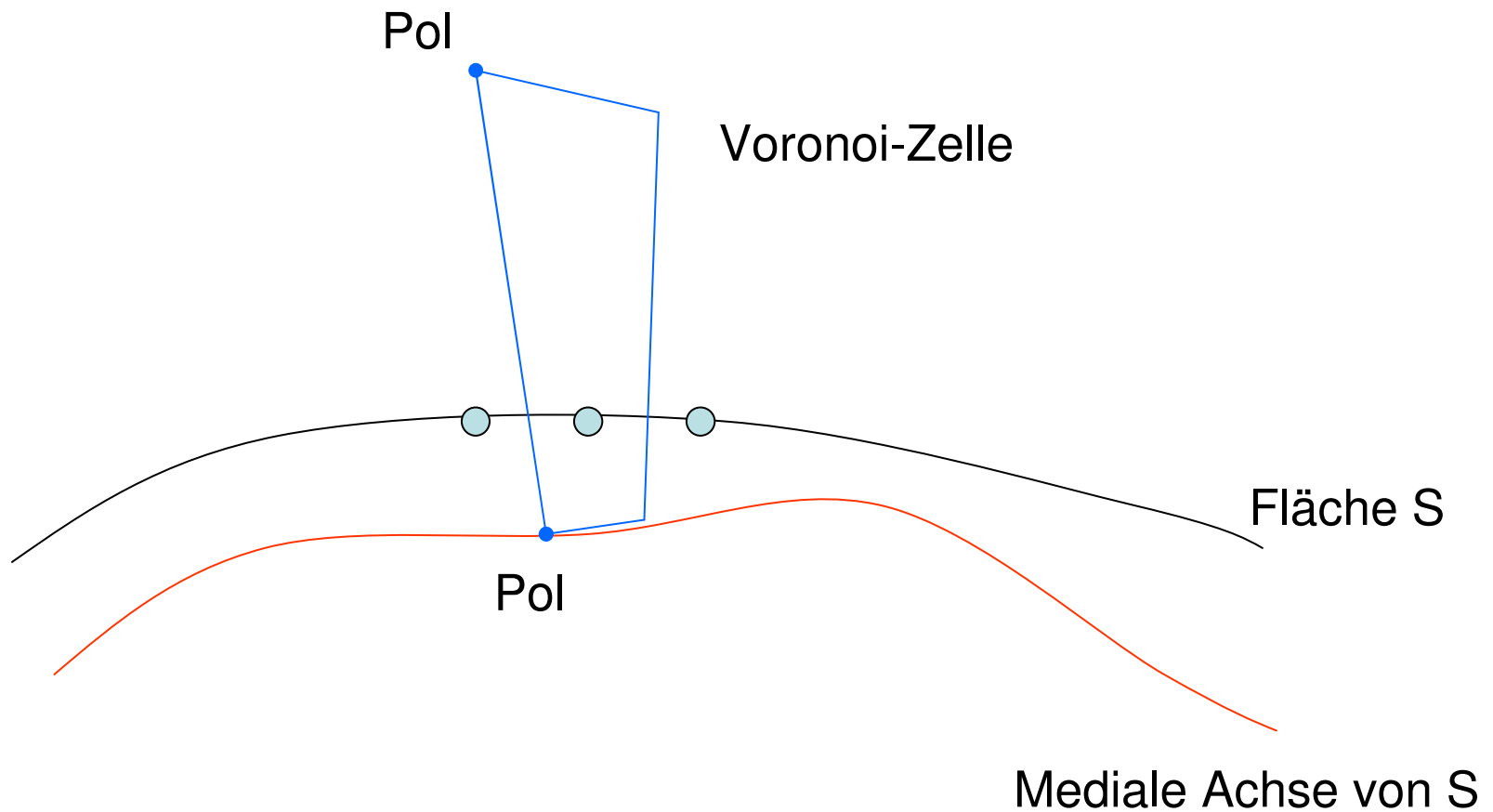
- Die Knoten des Voronoi-Diagramms approximieren die Mittelachse
- Ist die Punktmenge S ein r -sample mit $r < 1$, dann können also nur Kanten entlang der Ausgangskurve rekonstruiert werden



Crust-Algorithmus (3D)

- *Crust* in 3D analog zu *Crust* in 2D.
- Bei Ecken des Körpers entstehen Lücken.
- Es entstehen jedoch Fehler, da bei dicht aneinanderliegenden Punkten die zugehörige Voronoi-Zelle beinahe Senkrecht zur Fläche stehen, und so Voronoi-Knoten nah an der Fläche entstehen.
- Abhilfe schafft die Benutzung von lediglich den zwei am weitesten vom Punkt entfernten Voronoi-Knoten der jeweiligen Voronoi-Zelle. Die Menge dieser *Pole* approximiert die Mittelachse in diesem Fall besser.

Crust-Algorithmus (3D)



Quellen

[1] Nina Amenta, Marshall Bern, Manolis Kamvysselis:
A New Voronoi-Based Surface Reconstruction Algorithm

[2] Nina Amenta, Marshall Bern, David Eppstein:
The Crust and the beta-Skeleton: Combinatorial Curve
Reconstruction

[3] http://www.mpi-inf.mpg.de/~sgumhold/surf_points.pdf

[4] Wikipedia

Crust

Tim Janz